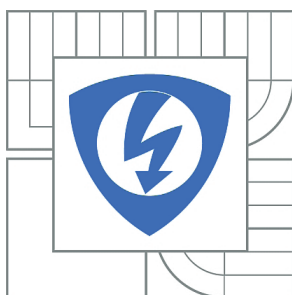


**VYSOKÉ UČENÍ TECHNICKÉ V BRNĚ**

BRNO UNIVERSITY OF TECHNOLOGY



**FAKULTA ELEKTROTECHNIKY A KOMUNIKAČNÍCH  
TECHNOLOGIÍ**

**ÚSTAV RADIOELEKTRONIKY**

FACULTY OF ELECTRICAL ENGINEERING AND COMMUNICATION  
DEPARTMENT OF RADIO ELECTRONICS

## **ANALÝZA MIKROPÁSKOVÝCH ANTÉN**

ANALYSIS OF MICROSTRIP ANTENNAS

**DIPLOMOVÁ PRÁCE**

MASTER'S THESIS

**AUTOR PRÁCE**

AUTHOR

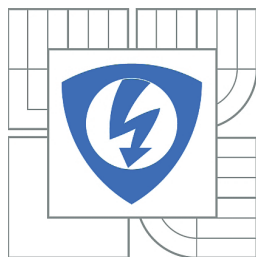
**Bc. FILIP KOZÁK**

**VEDOUCÍ PRÁCE**

SUPERVISOR

**Ing. MARTIN ŠTUMPF**

BRNO 2010



**VYSOKÉ UČENÍ  
TECHNICKÉ V BRNĚ**

**Fakulta elektrotechniky  
a komunikačních technologií**

**Ústav radioelektroniky**

# Diplomová práce

magisterský navazující studijní obor  
**Elektronika a sdělovací technika**

**Student:** Bc. Filip Kozák

**ID:** 83599

**Ročník:** 2

**Akademický rok:** 2009/2010

**NÁZEV TÉMATU:**

## **Analýza mikropáskových antén**

### **POKYNY PRO VYPRACOVÁNÍ:**

Seznamte se s analýzou mikropáskových antén pomocí metody hraničních prvků. Prostudujte a popište princip metody hraničních prvků. Tuto metodu implementujte v programu MATLAB. Implementujte možnost výpočtu vstupní impedance pro libovolný motiv mikropáskové antény a pro zadané parametry substrátu. Pozornost věnujte napájení antény pomocí vertikální koaxiální sondy. Funkčnost programu ověřte pomocí vhodného komerčního solveru. Dosažené výsledky diskutujte.

### **DOPORUČENÁ LITERATURA:**

[1] OKOSHI, T. Planar Circuits for Microwaves and Lightwaves. Springer-Verlag, 1984.

[2] GUPTA, K. C., HALL, P. S. Analysis and Design of Integrated Circuit-Antenna Modules. John Wiley & Sons, 2000.

**Termín zadání:** 8.2.2010

**Termín odevzdání:** 21.5.2010

**Vedoucí práce:** Ing. Martin Štumpf

**prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida**  
*Předseda oborové rady*

### **UPOZORNĚNÍ:**

Autor diplomové práce nesmí při vytváření diplomové práce porušit autorská práva třetích osob, zejména nesmí zasahovat nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a musí si být plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení části druhé, hlavy VI. díl 4 Trestního zákoníku č.40/2009 Sb.

# LICENČNÍ SMLOUVA

## POSKYTOVANÁ K VÝKONU PRÁVA UŽÍT ŠKOLNÍ DÍLO

uzavřená mezi smluvními stranami:

### 1. Pan/paní

Jméno a příjmení: Bc. Filip Kozák  
Bytem: U Jeslí 511, Dlouhá Loučka, 783 86  
Narozen/a (datum a místo): 2. července 1985, Rýmařov

(dále jen „autor“)

a

### 2. Vysoké učení technické v Brně

Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií  
se sídlem Údolní 53, Brno, 602 00  
jejímž jménem jedná na základě písemného pověření děkanem fakulty:  
prof. Dr. Ing. Zbyněk Raida, předseda rady oboru Elektronika a sdělovací technika  
(dále jen „nabyvatel“)

### Čl. 1

#### Specifikace školního díla

1. Předmětem této smlouvy je vysokoškolská kvalifikační práce (VŠKP):

- ☐ disertační práce
  - ☒ diplomová práce
  - ☐ bakalářská práce
  - ☐ jiná práce, jejíž druh je specifikován jako .....
- (dále jen VŠKP nebo dílo)

Název VŠKP: Analýza mikropáskových antén

Vedoucí/ školitel VŠKP: Ing. Martin Štumpf

Ústav: Ústav radioelektroniky

Datum obhajoby VŠKP: \_\_\_\_\_

VŠKP odevzdal autor nabyvateli\*:

- ☒ v tištěné formě – počet exemplářů: 2
- ☒ v elektronické formě – počet exemplářů: 2

2. Autor prohlašuje, že vytvořil samostatnou vlastní tvůrčí činností dílo shora popsané a specifikované. Autor dále prohlašuje, že při zpracovávání díla se sám nedostal do rozporu s autorským zákonem a předpisy souvisejícími a že je dílo dílem původním.
3. Dílo je chráněno jako dílo dle autorského zákona v platném znění.
4. Autor potvrzuje, že listinná a elektronická verze díla je identická.

---

\* hodící se zaškrtněte

## Článek 2

### Udělení licenčního oprávnění

1. Autor touto smlouvou poskytuje nabyvateli oprávnění (licenci) k výkonu práva uvedené dílo nevýdělečně užít, archivovat a zpřístupnit ke studijním, výukovým a výzkumným účelům včetně pořizování výpisů, opisů a rozmnoženin.
2. Licence je poskytována celosvětově, pro celou dobu trvání autorských a majetkových práv k dílu.
3. Autor souhlasí se zveřejněním díla v databázi přístupné v mezinárodní síti
  - ☒ ihned po uzavření této smlouvy
  - ☐ 1 rok po uzavření této smlouvy
  - ☐ 3 roky po uzavření této smlouvy
  - ☐ 5 let po uzavření této smlouvy
  - ☐ 10 let po uzavření této smlouvy  
(z důvodu utajení v něm obsažených informací)
4. Nevýdělečné zveřejňování díla nabyvatelem v souladu s ustanovením § 47b zákona č. 111/ 1998 Sb., v platném znění, nevyžaduje licenci a nabyvatel je k němu povinen a oprávněn ze zákona.

## Článek 3

### Závěrečná ustanovení

1. Smlouva je sepsána ve třech vyhotoveních s platností originálu, přičemž po jednom vyhotovení obdrží autor a nabyvatel, další vyhotovení je vloženo do VŠKP.
2. Vztahy mezi smluvními stranami vzniklé a neupravené touto smlouvou se řídí autorským zákonem, občanským zákoníkem, vysokoškolským zákonem, zákonem o archivnictví, v platném znění a popř. dalšími právními předpisy.
3. Licenční smlouva byla uzavřena na základě svobodné a pravé vůle smluvních stran, s plným porozuměním jejímu textu i důsledkům, nikoliv v tísní a za nápadně nevýhodných podmínek.
4. Licenční smlouva nabývá platnosti a účinnosti dnem jejího podpisu oběma smluvními stranami.

V Brně dne: 21. května 2010

.....  
Nabyvatel

.....  
Autor

## ABSTRAKT

Práce pojednává o numerické metodě pro analýzu jednoportových mikropáskových obvodů, která se nazývá metoda hraničních prvků. Je zde popsán obecný postup výpočtů důležitých parametrů pro analýzu mikropáskových antén. Dále jsou numericky řešeny geometrické parametry nutné pro vyčíslení prvků matic  $\mathbf{U}$  a  $\mathbf{H}$ , pomocí nichž lze jednoduše získat vstupní impedanci obvodu nebo činitel odrazu na vstupu obvodu.

## KLÍČOVÁ SLOVA

Metoda hraničních prvků, mikropásková anténa, impedanční matice, koaxiální napájecí sonda, vyzařovací charakteristika.

## ABSTRACT

This work deals with the method for analysis of one-port microstrip circuits which is called as contour-integral method. The general procedure for evaluating of important parameters concerning the analysis of microstrip antennas is given. Next, the geometrical parameters necessary for the calculation of elements in  $\mathbf{U}$  and  $\mathbf{H}$  matrices are numerically solved. With the help of these matrices, the input impedance or the reflection coefficient can be easily found.

## KEYWORDS

Contour-integral method, microstrip antenna, impedance matrix, coaxial feeding port, radiation diagram.

KOZÁK, F. *Analýza mikropáskových antén*. Brno: Vysoké učení technické v Brně, Fakulta elektrotechniky a komunikačních technologií. Ústav radioelektroniky, 2010. 46 s. Diplomová práce. Vedoucí práce Ing. Martin Štumpf.

# Prohlášení

Prohlašuji, že svou diplomovou práci na téma Analýza mikropáskových antén jsem vypracoval samostatně pod vedením vedoucího diplomové práce a s použitím odborné literatury a dalších informačních zdrojů, které jsou všechny citovány v práci a uvedeny v seznamu literatury na konci práce.

Jako autor uvedené diplomové práce dále prohlašuji, že v souvislosti s vytvořením této diplomové práce jsem neporušil autorská práva třetích osob, zejména jsem nezasáhl nedovoleným způsobem do cizích autorských práv osobnostních a jsem si plně vědom následků porušení ustanovení § 11 a následujících autorského zákona č. 121/2000 Sb., včetně možných trestněprávních důsledků vyplývajících z ustanovení § 152 trestního zákona č. 140/1961 Sb.

V Brně dne .....

.....  
podpis autora

# Poděkování

Děkuji vedoucímu diplomové práce Ing. Martinu Štumpfovi za účinnou metodickou, pedagogickou a odbornou pomoc a další cenné rady při zpracování mé diplomové práce.

V Brně dne .....

.....  
podpis autora

# OBSAH

<b>1</b>	<b>PRINCIP METODY .....</b>	<b>13</b>
1.1	KONFIGURACE PROBLÉMU .....	13
1.2	FORMULACE PROBLÉMU .....	14
1.3	POPIS IMPLEMENTACE METODY HRANIČNÍCH PRVKŮ .....	16
1.4	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ.....	17
1.4.1	<i>Výpočet geometrických parametrů obvodu .....</i>	<i>17</i>
1.4.2	<i>Výpočet maticových elementů <math>u_{ij}</math> a <math>h_{ij}</math> .....</i>	<i>18</i>
1.4.3	<i>Výpočet impedanční matice.....</i>	<i>18</i>
1.5	ZAHRNUTÍ BUZENÍ KOAXIÁLNÍ SONDOU .....	19
1.6	IMPLEMENTACE DO KÓDU.....	20
1.6.1	<i>Výpočet souřadnic segmentů.....</i>	<i>20</i>
1.6.2	<i>Výpočet středů segmentů.....</i>	<i>22</i>
1.6.3	<i>Výpočet vzájemných vzdáleností středů .....</i>	<i>23</i>
1.6.4	<i>Výpočet matice <math>\cos \theta_{ij}</math>.....</i>	<i>23</i>
1.6.5	<i>Výpočet maticových elementů <math>u_{ij}</math> a <math>h_{ij}</math>.....</i>	<i>24</i>
1.6.6	<i>Redukce maticových elementů <math>u_{ij}</math> a <math>h_{ij}</math> a výpočet <math>Z</math>.....</i>	<i>25</i>
<b>2</b>	<b>VSTUPNÍ IMPEDANCE A PARAMETR <math>S_{11}</math>.....</b>	<b>26</b>
2.1	TEORETICKÝ POPIS .....	26
2.2	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ.....	26
2.3	IMPLEMENTACE DO KÓDU.....	26
2.4	POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ S ANSOFT DESIGNER 2V .....	27
2.4.1	<i>Příklad na anténě jednoduchého tvaru .....</i>	<i>27</i>
2.4.2	<i>Příklad na anténě složitějšího tvaru.....</i>	<i>29</i>
2.4.3	<i>Časová náročnost výpočtů .....</i>	<i>30</i>
<b>3</b>	<b>ROZLOŽENÍ NAPĚTÍ NA OKRAJI .....</b>	<b>33</b>
3.1	TEORETICKÝ POPIS .....	33
3.2	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ.....	33
3.3	IMPLEMENTACE DO KÓDU.....	33
<b>4</b>	<b>SMĚROVÁ CHARAKTERISTIKA .....</b>	<b>35</b>
4.1	TEORETICKÝ POPIS .....	35
4.2	NUMERICKÉ ŘEŠENÍ.....	36



4.3	IMPLEMENTACE DO KÓDU .....	37
4.4	POROVNÁNÍ VÝSLEDKŮ S ANSOFT DESIGNER 2V .....	38
<b>5</b>	<b>PROSTŘEDÍ VYTVOŘENÉHO PROGRAMU.....</b>	<b>40</b>
5.1	ZADÁVÁNÍ PARAMETRŮ .....	40
5.1.1	<i>Kreslení antény a portu .....</i>	<i>40</i>
5.1.2	<i>Nastavení frekvenčního rozsahu.....</i>	<i>40</i>
5.1.3	<i>Nastavení parametrů dielektrika.....</i>	<i>40</i>
5.1.4	<i>Parametry portu .....</i>	<i>41</i>
5.2	SPOUŠTĚNÍ ANALÝZY .....	41
5.3	ZOBRAZENÍ VÝSLEDKŮ.....	41
5.3.1	<i>Obvod .....</i>	<i>41</i>
5.3.2	<i>Impedance .....</i>	<i>41</i>
5.3.3	<i>Det(U).....</i>	<i>41</i>
5.3.4	<i>Parametr <math>s_{11}</math> .....</i>	<i>42</i>
5.3.5	<i>Rozložení napětí .....</i>	<i>42</i>
5.3.6	<i>Směrová charakteristika.....</i>	<i>42</i>
<b>6</b>	<b>ZÁVĚR.....</b>	<b>43</b>

# SEZNAM OBRÁZKŮ

Obr. 1:	Zjednodušené znázornění mikropáskové antény.....	13
Obr. 2:	Popis geometrických parametrů na mikropáskové anténě. ....	14
Obr. 3:	Ilustrativní obrázek pro pochopení vyskytujících se úhlů.....	18
Obr. 4:	Ilustrativní obrázek pro přehlednost jednotlivých vzdáleností. ....	21
Obr. 5:	Analýzovaná flíčková anténa. ....	27
Obr. 6:	Reálná a imaginární část vstupní impedance antény z obr. 5.....	28
Obr. 7:	Parametr $s_{11}$ závislý na frekvenci. ....	28
Obr. 8:	Analýzovaná anténa složitějšího tvaru .....	29
Obr. 9:	Reálná a imaginární část vstupní impedance antény z obr. 8.....	31
Obr. 10:	Parametr $s_{11}$ závislý na frekvenci. ....	31
Obr. 11:	Ukázka závislosti $\det(U)$ na frekvenci pro první příklad .....	32
Obr. 12:	Ukázka závislosti $\det(U)$ na frekvenci pro druhý příklad .....	32
Obr. 13:	Ilustrační obrázek zobrazující parametry pro určení vzdáleného pole.....	35
Obr. 14:	Směrová charakteristika pro první příklad na prvním rezonančním kmitočtu.....	38
Obr. 15:	Směrová charakteristika pro druhý příklad na prvním rezonančním kmitočtu.....	39

# SEZNAM TABULEK

Tab. 1:	Ilustrativní porovnání výpočetní náročnosti pro 1. příklad .....	30
Tab. 2:	Ilustrativní porovnání výpočetní náročnosti pro 2. příklad .....	30

# ÚVOD

Cílem této práce je aplikace metody hraničních prvků pro analýzu mikropáskových antén. Pro analýzu mikropáskových antén je možné použít i jiné metody, např. momentovou metodu či metodu konečných prvků [2]. Oproti těmto metodám, hlavní výhoda metody hraničních prvků spočívá ve formulaci problému pouze na hranici oblasti řešení, tj. na obvodu mikropáskové antény, čímž dojde k redukci dimenze oblasti řešení a tím k výraznému poklesu výpočetní náročnosti analýzy.

Mikropáskovou strukturou se myslí zemní deska, na které je nanese vrstva dielektrika o relativní permitivitě  $\epsilon_r$ . Na této vrstvě dielektrika je pak nanese vodivý motiv o libovolném tvaru. Budeme-li mluvit o „tvaru obvodu“, budeme mít na mysli právě tvar tohoto vodivého elementu.

Mikropáskové antény jsou všechny antény, které jsou vyrobeny mikropáskovou technologií. Nejčastěji se používá flíčková anténa (obdélníkový mikropáskový anténní prvek na lícni straně substrátu napájený např. mikropáskovým vedením, šterbinou v zemní ploše nebo koaxiálním vedením).

Vývoj mikropáskových antén byl zaznamenán v 50. letech minulého století, kdy začala vznikat potřeba vyrobit plošné antény, které by dobře kopírovaly povrch vojenské techniky. Postupně se pak rozšířily do civilní techniky. Díky nízkému profilu se dají dobře umístit na stěny budov či na odvrácené strany mobilních telefonů. Jejich výroba je levná, jelikož výroba je založena na stejné technologii jako tištěné spoje. Mikropáskové antény lze snadno integrovat do mikrovlnných obvodů. Jsou zde zapotřebí, jak je tomu zapotřebí i u klasických antén, speciální vedení (symetrizační členy či konektory).

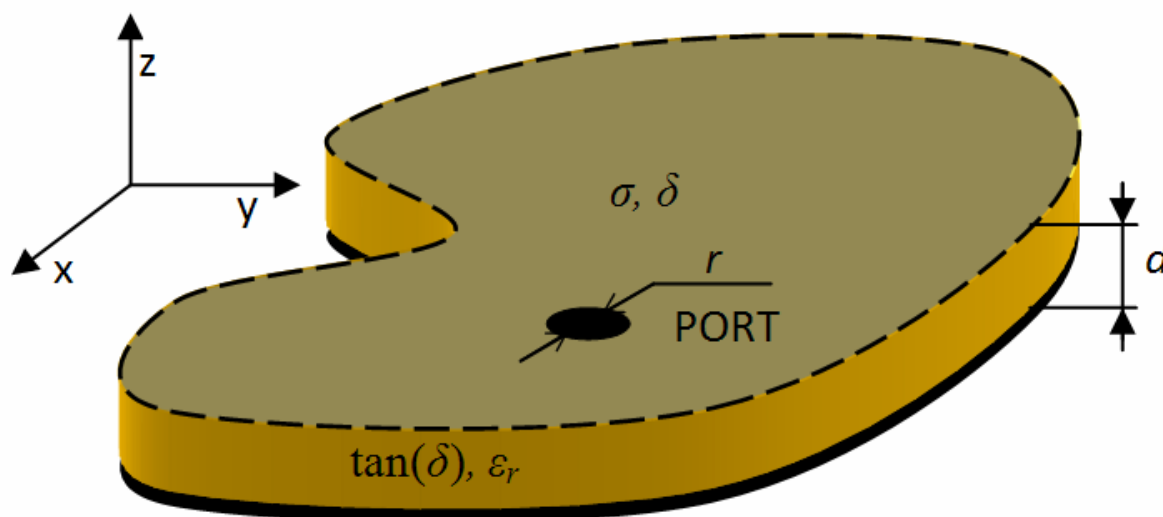
Hlavní nevýhodou mikropáskových antén je jejich úzkopásmovost, díky které je pak velmi složité navrhnout mikropáskové anténní řady s dostatečně nízkou úrovní bočních laloků. Parazitní vyzařování napájecího mikropáskového vedení může deformovat směrovou charakteristiku mikropáskové antény. Další nevýhody pak jsou ztráty v substrátu, nižší zisk a menší výkonová zatížitelnost. Aplikace metody lze nalézt [5] a [4].

# 1 PRINCIP METODY

## 1.1 Konfigurace problému

Práce pojednává o analýze mikropáskových antén pomocí metody hraničních prvků. Tato podkapitola stanoví používanou terminologii a jednoznačně popíše označení veličin a parametrů, se kterými bude nadále pracováno.

Mikropáskovou anténou (viz obr. 1) se rozumí zemní deska, na které je nanesena vrstva dielektrika s definovanou relativní permitivitou  $\epsilon_r$  [-] a ztrátovým útlum  $\tan(\delta)$  [-]. Z druhé strany této vrstvy dielektrika je pak nanesena vodivá deska o libovolném tvaru (dále flíček) s vodivostí  $\sigma$  [S/m] a hloubkou vniku  $\rho$  [mm]. Výška substrátu je pak značena  $d$  [mm].



Obr. 1: Zjednodušené znázornění mikropáskové antény.

V této práci bude flíček buzen vertikální koaxiální sondou. Jedná se o střední vodič koaxiálního vedení připojeného k flíčku ze strany od zemní desky. Bod buzení bude nadále nazýván jako port a poloměr tohoto portu je  $r$ .

Bude-li obvod brán beze ztrát, bude vlnové číslo  $k$  dáno vztahem [1]

$$k = \omega \sqrt{\epsilon \mu} = \frac{\omega}{c} = \frac{2\pi}{\lambda}, \quad (1.1)$$

kde  $\epsilon$  je permitivita a  $\mu$  je permeabilita dielektrika,  $\omega$  je úhlový kmitočet,  $c = 299\,792\,458$  m/s značí rychlost světla a  $\lambda$  je délka vlny. Bude-li se počítat se ztrátami, je zapotřebí tyto ztráty zahrnout do vlnového čísla. Vlnové číslo tedy může být definováno [1]

$$k = k' - jk'', \quad (k' \gg k''), \quad (1.2)$$

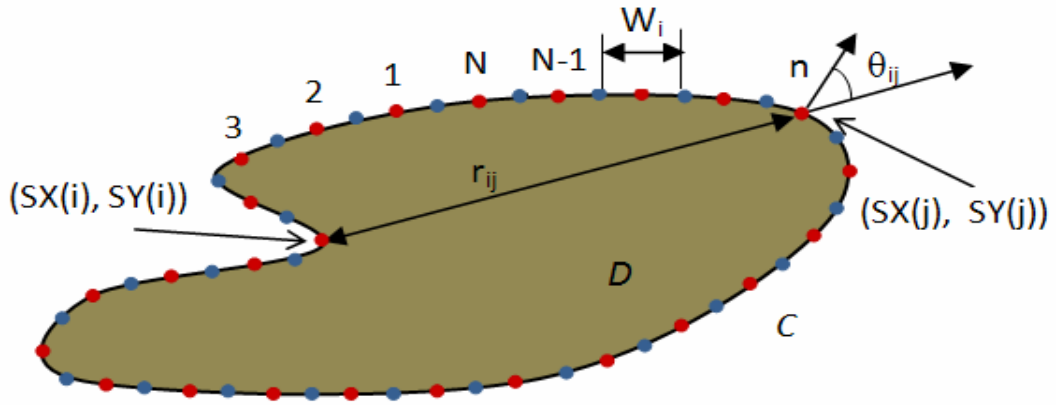
kde  $k'$  je reálná část vlnového čísla a  $k''$  je imaginární část komplexního vlnového čísla a jsou dány následujícími vztahy [1]

$$k' = \omega\sqrt{\varepsilon\mu}, \quad (1.3)$$

$$k'' = \omega\sqrt{\varepsilon\mu} \frac{\left(\tan(\delta) + \frac{\rho}{d}\right)}{2}, \quad (1.4)$$

kde  $\tan(\delta)$  značí ztrátový útlum,  $\rho$  je hloubka vniku a  $d$  je výška substrátu.

Definice dalších geometrických parametrů použitých v této práci (viz. obr. 1.2) je značena následujícími symboly.  $D$  je plocha flíčku, která je ohraničena hranicí  $C$ . Vzdálenost mezi body  $(SX(i), SY(i))$  a  $(SX(j), SY(j))$  je značena  $r_{ij}$ . Dále pak  $i$  a  $j$  značí indexy vzorků na okraji obvodu. Úhel  $\theta_{ij}$  je úhel, který svírá normála bodu  $(SX(j), SY(j))$  a prodloužená přímka z bodu  $(SX(i), SY(i))$  do bodu  $(SX(j), SY(j))$ . Úhel  $\theta_j$  svírá tečna v  $j$ -tém vzorku se souřadnicovou osou  $x$ .



Obr. 2: Popis geometrických parametrů na mikropáskové anténě.

## 1.2 Formulace problému

Metoda je založena na formulaci problému pomocí hraniční integrální rovnice. Pokud je výška substrátu  $d$  elektricky malá (tj.  $d \ll \lambda$ ), lze zanedbat všechny změny pole ve vertikálním směru  $\partial/\partial z = 0$ . Uvažujeme-li dále, že vodivý motiv mikropáskové antény je z dokonalého elektrického vodiče a že dielektrikum mezi vodivými deskami je isotropní a homogenní, lze Maxwellovy rovnice psát ve tvaru [1]

$$\frac{\partial H_y}{\partial x} - \frac{\partial H_x}{\partial y} = j\omega\varepsilon E_z, \quad (1.5)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial y} = -j\omega\mu H_x, \quad (1.6)$$

$$\frac{\partial E_z}{\partial x} = j\omega\mu H_y, \quad (1.7)$$

kde  $H_y$  je magnetická intenzita ve směru  $y$ ,  $H_x$  je magnetická intenzita ve směru  $x$  a  $E_z$  je elektrická intenzita ve směru  $z$ .

Výše uvedené tři rovnice jsou Maxwellovy rovnice v základním tvaru. Z těchto rovnic lze formulovat dvojrozměrnou Helmholtzovu rovnici pro vertikální složku elektrického pole  $E_z$  definovanou vztahem [1]

$$(\nabla_T^2 + k^2)E_z = 0, \quad (1.8)$$

kde

$$\nabla_T^2 = \frac{\partial^2}{\partial x^2} + \frac{\partial^2}{\partial y^2}. \quad (1.9)$$

Neumannova okrajová podmínka definovaná na hranici obvodu  $C$  je dána vztahem [1]

$$\frac{\partial E_z}{\partial n} = \frac{\partial V}{\partial n} = 0, \quad (1.10)$$

kde  $n$  značí normálu na daném vzorku a  $V = E_z d$  značí vysokofrekvenční napětí v témže bodě. V souvislosti s touto okrajovou podmínkou pak mluvíme o tzv. magnetické stěně definované podél  $C$ .

S uvážením vztahu mezi vertikální složkou elektrické intenzity a napětím mezi vodivým motivem antény a zemní deskou, lze výše popsany problém přeformulovat pro uvedené napětí [1]

$$(\nabla_T^2 + k^2)V = 0. \quad (1.11)$$

Aplikujeme-li na takto definovaný problém druhý Greenův teorém [6], pak lze s využitím vlastností 2D fundamentálního řešení Helmholtzovy rovnice nalézt výchozí integrální rovnici pro metodu hraničních prvků, která je často nazývána Weberovým řešením pro cylindrické vlny.

Výchozí rovnice pro řešení problému metodou hraničních prvků udává vztah mezi vysokofrekvenčním napětím a vysokofrekvenčním proudem dodávaným podél okraje obvodu [1, 2]

$$V(s) = \frac{1}{2j} \oint_C [k \cos(\Theta) H_1^{(2)}(kr) V(s_0) - j \omega \mu d H_0^{(2)}(kr) i_n(s_0)] ds_0, \quad (1.12)$$

kde  $H_0^{(2)}(.)$  a  $H_1^{(2)}(.)$  jsou Hankelovy funkce nultého a prvního řádu, druhého druhu. Proudová hustota tekoucí podél okraje obvodu je  $i_n$ .

### 1.3 Popis implementace metody hraničních prvků

Okraj obvodu je dělen na  $N$  segmentů indexovaných  $1, 2, 3, \dots, N$ , o šířce  $W_1, W_2, W_3, \dots, W_N$ , (viz. obr. 2)

V každém segmentu je právě uprostřed vzorek. Předpokládá-li se, že intenzity magnetického i elektrického pole jsou konstantní po celé šířce v každém segmentu, tak z integrální rovnice (1.12) se dá odvodit maticový vztah [1]

$$\sum_{j=1}^N u_{ij} V_j = \sum_{j=1}^N h_{ij} I_j \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (1.13)$$

kde  $u_{ij}$  a  $h_{ij}$  jsou tzv. maticové elementy a jsou dány vztahy [1]

$$u_{ij} = \delta_{ij} - \frac{k}{2j} \int_{W_j} \cos(\theta) H_1^{(2)}(kr) ds, \quad (1.14)$$

$$h_{ij} = \begin{cases} \frac{\omega \mu d}{2} \frac{1}{W_j} \int_{W_j} H_0^{(2)}(kr) ds & (i \neq j) \\ \frac{\omega \mu d}{2} \left[ 1 - \frac{2j}{\pi} \left( \ln \frac{kW_i}{4} - 1 + \gamma \right) \right] & (i = j) \end{cases}, \quad (1.15)$$

kde  $\gamma = 0,577\dots$  je Eulerovo číslo a  $I_j = -i_n W_j$  je proud tekoucí do  $j$ -tého vzorku. Druhá rovnice v (1.15) byla odvozena integrováním asymptotického výrazu pro  $H_0^{(2)}(kr)$  [7] při podmínce  $kr \ll 1$ .

Řešením (1.13) můžeme získat vysokofrekvenční napětí na každém vzorku. Toto napětí je dáno vztahem [1]

$$V = \mathbf{U}^{-1} \cdot \mathbf{H} \cdot I, \quad (1.16)$$

kde  $V$  a  $I$  značí sloupcové vektory vf napětí a vf proudu,  $\mathbf{U}$  a  $\mathbf{H}$  jsou matice  $(N \times N)$  dány tvarem obvodu a způsobem vzorkování okraje obvodu a matice  $\mathbf{U}^{-1}$  je inverzní maticí k  $\mathbf{U}$ .

S uvážením vztahu (1.16), lze na analyzovanou anténu pohlížet jako na lineární N-port. Impedanční matice náhradního obvodu je potom dána vztahem [1]

$$\mathbf{Z} = \mathbf{U}^{-1} \cdot \mathbf{H}, \quad (1.17)$$

Tato práce předpokládá antény buzené pouze jedním portem. Pokud není port buzen, platí vztah [1]

$$\det \mathbf{U} = 0, \quad (1.18)$$

Výše uvedená rovnice nám udává vlastní frekvence nebuzené mikropáskové antény.



## 1.4 Numerické řešení

V této části práce bude uveden detailní postup numerických výpočtů. Pozornost bude věnována zejména výpočtu geometrických parametrů analyzované antény, které jsou nutné pro vyčíslení prvků matic  $\mathbf{U}$  a  $\mathbf{H}$ .

### 1.4.1 Výpočet geometrických parametrů obvodu

Nejprve obvod antény diskretizujeme na  $N$  segmentů. Velikost segmentů je třeba volit s ohledem na maximální kmitočet, na kterém je anténa analyzována. Středů těchto segmentů nazýváme vzorky. Souřadnice hranic segmentů jsou značeny  $(X(i), Y(i))$  a vzorky jsou značeny  $(SX(i), SY(i))$ . Tyto vzorky jsou potom dány vztahem

$$SX(i) = \frac{X(i) + X(i+1)}{2}, \quad SY(i) = \frac{Y(i) + Y(i+1)}{2} \quad (i = 1, 2, \dots, N), \quad (1.19)$$

a šířka tohoto segmentu je pak dána vztahem

$$W_i = \sqrt{[X(i+1) - X(i)]^2 + [Y(i+1) - Y(i)]^2}, \quad (1.20)$$

Diskretizace hraniční křivky nemusí být nutně rovnoměrná. Je-li okraj obvodu výrazně zakřivený, pak mohou být šířky segmentů malé. Oproti tomu, nebude-li okraj obvodu příliš zakřivený, volí se větší šířka segmentu.

Jak je ukázáno (viz obr. 3), spojnice  $i$ -týho a  $j$ -týho vzorku, je označena jako  $r_{ij}$ . Vzdálenost  $r_{ij}$  je dána vztahem

$$r_{ij} = \sqrt{[SX(i) - SX(j)]^2 + [SY(i) - SY(j)]^2}, \quad (1.21)$$

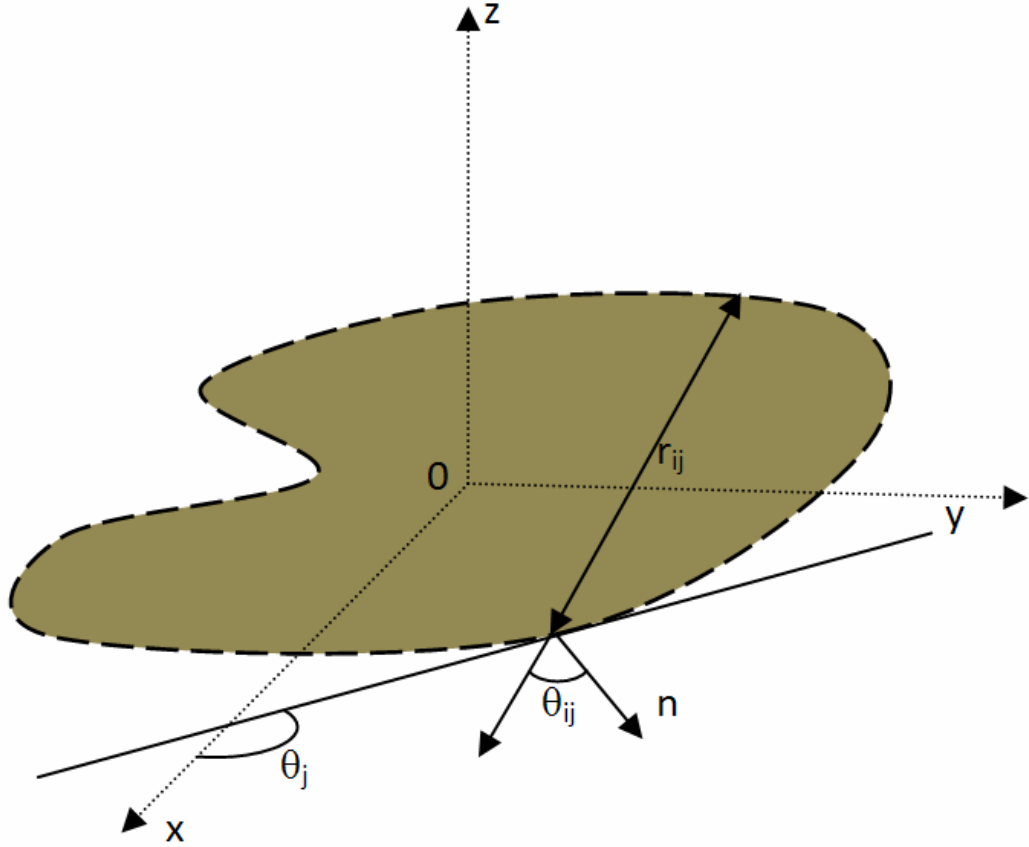
Protažená spojnice těchto bodů svírá s normálou  $j$ -tého vzorku úhel  $\theta_{ij}$ . Označíme-li úhel, který svírá s osou  $x$  a tečnou k bodu  $j$ -tého vzorku  $\theta_j$ , můžeme psát [1]

$$\cos(\theta_{ij}) = \frac{[SX(j) - SX(i)]\sin(\theta_j) - [SY(j) - SY(i)]\cos(\theta_j)}{r_{ij}}, \quad (1.22)$$

Můžeme si vyjádřit úhly vzdálenostmi [1]

$$\cos(\theta_j) = \frac{[X(j+1) - X(j)]}{W_j}, \quad (1.23)$$

$$\sin(\theta_j) = \frac{[Y(j+1) - Y(j)]}{W_j}, \quad (1.24)$$



Obr. 3: Ilustrativní obrázek pro pochopení vyskytujících se úhlů.

### 1.4.2 Výpočet maticových elementů $u_{ij}$ a $h_{ij}$

Maticové elementy  $u_{ij}$  a  $h_{ij}$  definované v (1.14) a (1.15) můžou být získány numericky, např. pomocí Simpsonovy integrační metody. V mnoha případech lze však integrály ve vztazích (1.14) a (1.15) počítat bez použití numerických technik, a to pomocí vztahů [1]

$$u_{ij} = \delta_{ij} - \frac{k}{2j} \cos(\theta_{ij}) H_1^{(2)}(kr_{ij}) W_j, \quad (1.25)$$

$$h_{ij} = \frac{\omega \mu d}{4} H_0^{(2)}(kr_{ij}), \quad (1.26)$$

Výběr mezi dvěma výše uvedenými alternativami by měl být kompromisem mezi přesností a výpočetními nároky.

### 1.4.3 Výpočet impedanční matice

Impedanční matice je pak díky znalosti právě spočítaných matic  $U$  a  $H$  vypočtena pomocí již známého vztahu (1.17).

## 1.5 Zahrnutí buzení koaxiální sondou

Jak již bylo řečeno, tato práce bude počítat s buzením pomocí vertikální koaxiální sondy. V této kapitole bude představena potřebná úprava maticových elementů  $u_{ij}$  a  $h_{ij}$  tak, aby ve výsledcích byl zahrnut i budící port.

Nejdříve je potřeba port geometricky navrhout. Port je místo, kde je připojen střední vodič koaxiálního vedení k flíčku. Vzniklá ploška je diskretizována po jejím obvodu a zahrnuta do všech geometrických parametrů (vzorky,  $r_{ij}$ ,  $\theta_{ij}$ ,  $u_{ij}$  a  $h_{ij}$ ). V této práci budou hodnoty reprezentující port, umístěné vždy na prvních pozicích jednotlivých matic, resp. vektorů.

Je-li počet vzorku na portu  $NP$  a počet vzorků na obvodu  $M$ , pak jsou rozměry  $\mathbf{U}$  a  $\mathbf{H}$   $(N+M \times N+M)$ , jak znázorňuje rovnice (1.27).

$$\begin{pmatrix} a_{11} & a_{12} & \cdots & a_{1,NP} & a_{1,NP+1} & \cdots & a_{1,NP+M} \\ a_{21} & a_{22} & \cdots & a_{2,NP} & a_{2,NP+1} & \cdots & a_{2,NP+M} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & & \vdots \\ a_{NP,1} & a_{NP,2} & \cdots & a_{NP,NP} & a_{NP,NP+1} & \cdots & a_{NP,NP+M} \\ a_{NP+1,1} & a_{NP+1,2} & \cdots & a_{NP+1,NP} & a_{NP+1,NP+1} & \cdots & a_{NP+1,NP+M} \\ \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{NP+M,1} & a_{NP+M,2} & \cdots & a_{NP+M,NP} & a_{NP+M,NP+1} & \cdots & a_{NP+M,NP+M} \end{pmatrix}. \quad (1.27)$$

Je potřeba  $NP$  hodnot zastupující port, v rámci řádku, resp. sloupce, nahradit jednou hodnotou. Vzniknou matice, které mají rozměry  $(M+1 \times M+1)$ . Tato redukce se provede pomocí následujícího vztahu

$$\begin{pmatrix} \sum_{i=1}^{NP} \sum_{j=1}^{NP} a_{ij} & \sum_{j=1}^{NP} a_{NP,j} & \sum_{j=1}^{NP} a_{NP+1,j} & \cdots & \sum_{j=1}^{NP} a_{NP+M,j} \\ \sum_{j=1}^{NP} a_{NP,j} & a_{NP,NP} & a_{NP,NP+1} & \cdots & a_{NP,NP+M} \\ \sum_{j=1}^{NP} a_{NP+1,j} & a_{NP+1,NP} & a_{NP+1,NP+1} & \cdots & a_{NP+1,NP+M} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sum_{j=1}^{NP} a_{NP+M,j} & a_{NP+M,NP} & a_{NP+M,NP+1} & \cdots & a_{NP+M,NP+M} \end{pmatrix}. \quad (1.28)$$

Pomocí tohoto modelu jsou pak získány redukované matice  $\mathbf{U}_R$  a  $\mathbf{H}_R$ . Impedanční matice lze pak vypočítat z těchto redukovaných matic.

## 1.6 Implementace do kódu

Uživatel zadá hlavní body obrysu analyzovaného obvodu. Tím je k dispozici matice, která značí souřadnice analyzovaného planárního obvodu. V prvním sloupci má pořadová čísla souřadnic, v druhém sloupci má souřadnice  $X(i)$  a ve třetím sloupci má souřadnice  $Y(i)$ . Matice se souřadnicemi je pojmenována `souradnice`. Postup výpočtu z předchozí kapitoly bude implementován do programu Matlab následujícím způsobem.

### 1.6.1 Výpočet souřadnic segmentů

V první části se musí zjistit souřadnice segmentů. Matice `souradnice` nese hlavní body obrysu obvodu. Vzdálenosti mezi těmito souřadnicemi je potřeba diskretizovat na dílčí segmenty. K tomu je zapotřebí maximální pracovní kmitočet a konstanta  $k$ .

```
f_max=(str2num(get(findobj('Tag','Edit_02'),'String')))*10^9;
k=str2num(get(findobj('Tag','Edit_03'),'String'));
lambda_min=c/f_max;
vzdalenost=lambda_min/k;
```

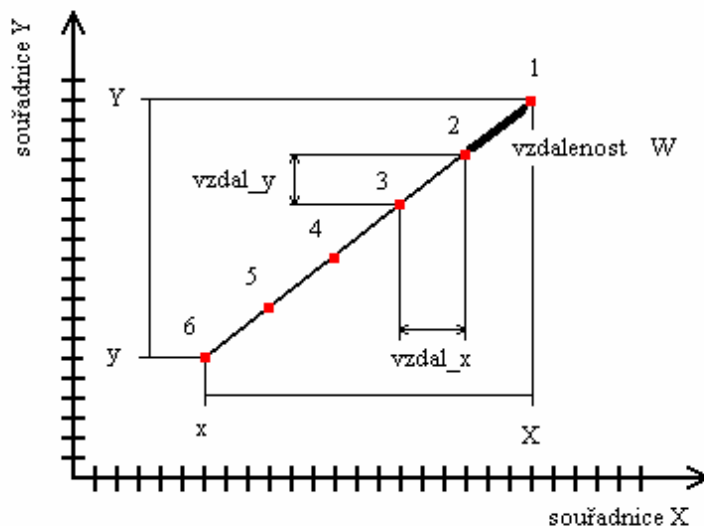
Nyní je známa velikost segmentů, která je dána maticí `vzdalenost`. Další krok je určení souřadnic jednotlivých bodů po diskretizaci.

```
pomocna=souradnice.*rad;
souradnice=[pomocna(1,2) pomocna(1,3)];
```

V tuto chvíli mají hodnoty souřadnic svoji velikost danou řádem. Matice `souradnice` má v tuto chvíli jeden řádek, kde první sloupec nese hodnotu souřadnice  $X(1)$ , s velikostí určenou řádem a druhý sloupec nese hodnotu  $Y(1)$  s velikostí určenou řádem.

V dalším kroku se doplní matice `souradnice` o souřadnice jednotlivých segmentů. Je zřejmé, že velikosti jednotlivých segmentů jsou dány maticí `vzdalenost`. Nejdříve bude vypočtena vzdálenost dvou sousedících bodů obvodu a poté vydělena délkou segmentu. Tím je získán počet jednotlivých segmentů na dané části obvodu.

```
m=length(souradnice);
for
    i=2:m
        X=pomocna(i,2);
        Y=pomocna(i,3);
        if m>=2
            x=pomocna((i-1),2);
            y=pomocna((i-1),3);
        end
        d=sqrt(abs(Y-y)^2+abs(X-x)^2);
        pocet=floor(d/vzdalenost);
        vzdal_x=(abs(X-x))/pocet;
        vzdal_y=(abs(Y-y))/pocet;
```



Obr. 4: Ilustrativní obrázek pro přehlednost jednotlivých vzdáleností.

Nyní se uloží vzdálenosti segmentů promítnuté na osy  $x$  a  $y$ , (viz obr. 4) kde jsou znázorněny jednotlivé velikosti a hodnota  $d$  je vzdálenost mezi body 1 a 6.

Dále kód určí, kterým směrem diskretizujeme. Podle toho odčítá či přičítá vzdálenost  $vzdal\_x$  resp.  $vzdal\_y$  k předchozí hodnotě  $x$  resp.  $y$  a uloží výsledek do  $souradnice$

```

for i=1:pocet
    if X>x&Y>y
        x=(x+vzdal_x);
        y=(y+vzdal_y);
        souradnice=[souradnice; x y];
    elseif X>x&Y<y
        x=(x+vzdal_x);
        y=(y-vzdal_y);
        souradnice=[souradnice; x y];
    elseif X<x&Y<y
        x=(x-vzdal_x);
        y=(y-vzdal_y);
        souradnice=[souradnice; x y];
    elseif X<x&Y>y
        x=(x-vzdal_x);
        y=(y+vzdal_y);
        souradnice=[souradnice; x y];
    elseif X==x&Y>y
        y=(y+vzdal_y);
        souradnice=[souradnice; x y];
    elseif X==x&Y<y
        y=(y-vzdal_y);
        souradnice=[souradnice; x y];
    elseif Y==y&X<x
        x=(x-vzdal_x);
        souradnice=[souradnice; x y];
    elseif Y==y&X>x
        x=(x+vzdal_x);
        souradnice=[souradnice; x y];
    end
end
end
end

```

Následující kód vypočte opravdové vzdálenosti jednotlivých segmentů a zapisuje je do matice w.

```
sour_x=souradnice(:,1);
sour_y=souradnice(:,2);
n=length(sour_y);
for i=2:n
    vzdal_x=abs(sour_x(i-1)-sour_x(i));
    vzdal_y=abs(sour_y(i-1)-sour_y(i));
    W(i-1,1)=sqrt(vzdal_x^2+vzdal_y^2);
end
```

## 1.6.2 Výpočet středů segmentů

Další krok výpočtu je nalezení středů jednotlivých segmentů. Po diskretizaci jsou v matici souradnice souřadnice těchto segmentů. Vychází se právě z tohoto faktu. Postup je velmi obdobný jako při diskretizaci.

```
matice_X=souradnice(:,2);
matice_Y=souradnice(:,3);
sampling=[matice_X(1) matice_Y(1)];
m=length(souradnice);
for i=2:m
    X=souradnice(i,2);
    Y=souradnice(i,3);
    if m>=2
        x=souradnice((i-1),2);
        y=souradnice((i-1),3);
    end
```

V následujícím kroku se spočítají vzdálenosti jednotlivých segmentů a uvnitř cyklu se polovina této vzdálenosti přičte k předchozí souřadnici. Kód stejným způsobem ošetřuje směr následujícího středu.

```
vzdal_x=abs(X-x);
vzdal_y=abs(Y-y);
for i=1:m
    if X>x&Y>y
        x=(x+vzdal_x/2);
        y=(y+vzdal_y/2);
        sampling=[sampling; x y];
    elseif X>x&Y<y
        x=(x+vzdal_x/2);
        y=(y-vzdal_y/2);
        sampling=[sampling; x y];
    elseif X<x&Y<y
        x=(x-vzdal_x/2);
        y=(y-vzdal_y/2);
        sampling=[sampling; x y];
    elseif X<x&Y>y
        x=(x-vzdal_x/2);
        y=(y+vzdal_y/2);
        sampling=[sampling; x y];
    elseif X==x&Y>y
        y=(y+vzdal_y/2);
        sampling=[sampling; x y];
    elseif X==x&Y<y
        y=(y-vzdal_y/2);
        sampling=[sampling; x y];
    elseif Y==y&X<x
```

```

        x=(x-vzdal_x/2);
        sampling=[sampling; x y];
    elseif Y==y&X>x
        x=(x+vzdal_x/2);
        sampling=[sampling; x y];
    end
end
end

```

V této poslední části je přidáno pořadové číslo souřadnice do prvního sloupce matice nazvané `sampling` (vzorkování).

```

end
i=size(sampling);
i=(i(1)-1)/2;
a=[1:1:i]';
sampling=[a sampling(2:2:end,:)];
end

```

### 1.6.3 Výpočet vzájemných vzdáleností středů

Pro přehlednost jsou souřadnice středů rozděleny do dvou matic. V jedné jsou hodnoty souřadnic  $x$  a v druhé jsou hodnoty souřadnic  $y$ .

```

sampl_x=sampling(:,2);
sampl_y=sampling(:,3);
n=size(sampl_x);
n=n(1);
m=n;

```

Následující kód vytvoří matici `distance` (vzdálenost), která je naplněna vzájemnými vzdálenostmi jednotlivých středů.

```

for i=1:n
    for j=1:m
        vzdal_x=abs(sampl_x(i)-sampl_x(j));
        vzdal_y=abs(sampl_y(i)-sampl_y(j));
        distance(i,j)=sqrt(vzdal_x^2+vzdal_y^2);
    end
end
end

```

### 1.6.4 Výpočet matice $\cos \theta_{ij}$

Poslední výpočet před samotným počítáním maticových elementů  $u_{ij}$  a  $h_{ij}$ , je výpočet  $\cos \theta_{ij}$ . Pro názornost jsou opět vytvořeny matice nesoucí pouze jednu ze souřadnic, a to souřadnice segmentů a souřadnice středů.

```

sour_x=souradnice(:,2);
sour_y=souradnice(:,3);
sampl_x=sampling(:,2);
sampl_y=sampling(:,3);

```

Zde je pak podle vztahu (1.22) vypočtena matice `cos_theta`

```
n=length(distance);
m=n;

for i=1:n
    for j=1:m
        if distance(i,j)==0
            cos_theta(i,j)=0;
        else
            cosin=(sour_x(j+1)-sour_x(j))/W(j);
            sinus=(sour_y(j+1)-sour_y(j))/W(j);
            cos_theta(i,j)=((sampl_x(j)-sampl_x(i))*sinus-(sampl_y(j)-
            sampl_y(i))*cosin)/distance(i,j);
        end
    end
end
```

### 1.6.5 Výpočet maticových elementů $u_{ij}$ a $h_{ij}$

Posledním výpočtem je pak výpočet maticových elementů  $u_{ij}$  a  $h_{ij}$ . Nejprve se vypočítá hloubka vniku a z ní pak vlnové číslo.

```
mi0=4*pi*10^-7;
om=2*pi*f_max;
r=sqrt(2/(om*mi0*Sigma));
```

Hodnoty `Sigma`, `om` a `mi0` jsou definována uživatelem, kde `Sigma` je vodivost flíčku, `om` je úhlová rychlost a `mi0` je permeabilita substrátu.

```
k_re=om*sqrt(epsilon_r*mi0);
k_im=om*sqrt(epsilon_r*mi0)*((tan_delta+(r/vyska_sub))/2);
vln_cislo=k_re-(j*k_im);
KR=distance*vln_cislo;
```

`KR` je pomocná proměnná pro lepší orientaci v kódu, který počítá matici **U** resp. **H**

```
m=length(cos_theta);
for i=1:m
    for k=1:m
        if (i~=k)
            U(i,k)=0-
            (vln_cislo/(2*j))*cos_theta(i,k)*W(k)*besselh(1,2,KR(i,k));
            H(i,k)=((om*mi0*vyska_sub)/2)*besselh(0,2,KR(i,k));
        else
            U(i,k)=1;
            H(i,k)=((om*mi0*vyska_sub)/2)*(1-
            (2*j/pi)*(log(vln_cislo*W(i)/4)-1+gama));
        end
    end
end
```



### 1.6.6 Redukce maticových elementů $u_{ij}$ a $h_{ij}$ a výpočet $Z$

Nyní se provede redukce matic  $U$  a  $H$ . Jako první se vytvoří matice samých jedniček o rozměrech  $(M+1 \times M+1)$

```
M=length(U)-(NP-1);  
U_r=ones(M,M);  
H_r=ones(M,M);
```

Na místě prvního prvku redukovaných matic bude, již zmiňovaná, suma submatic o rozměrech  $(NP \times NP)$ .

```
U_r(1,1)=sum(sum(U(1:NP,1:NP)));  
H_r(1,1)=sum(sum(H(1:NP,1:NP)));
```

Nyní jsou upraveny i další prvky redukované matice. Nejprve v prvním řádku a pak v prvním sloupci

```
for i=2:M  
    U_r(1,i)=sum(U(1:NP,i+(NP-1)));  
    H_r(1,i)=sum(H(1:NP,i+(NP-1)));  
end  
for i=2:M  
    U_r(i,1)=sum(U(i+(NP-1),1:NP));  
    H_r(i,1)=sum(H(i+(NP-1),1:NP));  
end
```

Zbytek matice je pak původní

```
U_r(2:end,2:end)=U(NP+1:end,NP+1:end);  
H_r(2:end,2:end)=H(NP+1:end,NP+1:end);
```

Nyní je možné spočítat impedanční matici.

```
Z=U\H;
```

Vzniklá impedanční matice je komplexní.

## 2 VSTUPNÍ IMPEDANCE A PARAMETR $S_{11}$

### 2.1 Teoretický popis

Je-li známá impedanční matice  $\mathbf{Z}$ , je snadné získat vstupní impedanci antény  $Z_{in}$ . První prvek v impedanční matici reprezentuje vstupní impedanci budícího portu. Aby byl výsledek korektní je potřeba tuto hodnotu dělit počtem vzorků na portu. Z výsledné hodnoty je pak možné spočítat parametr  $s_{11}$ .

Vstupní impedance se bude vykreslovat v lineární závislosti na frekvenci reálné i imaginární části v ohmech. Parametr  $s_{11}$  se pak vykreslí v závislosti na frekvenci v logaritmické míře. Výsledky vybraného libovolného tvaru budou vykresleny a porovnány s jinou metodou v kapitole 2.4.

### 2.2 Numerické řešení

Jak již bylo zmíněno v předchozí kapitole, tak vstupní impedance se tedy spočítá pomocí vztahu

$$Z_{in} = \frac{Z_{11}}{NP}, \quad (2.1)$$

kde  $Z_{11}$  je prvek v prvním řádku a prvním sloupci získané impedanční matice  $\mathbf{Z}$  a  $NP$  je počet vzorku na portu

Parametr  $s_{11}$ , nebo také činitel odrazu, se spočítá pomocí následujícího vztahu

$$s_{11} = \frac{Z_{in} - Z_0}{Z_{in} + Z_0}, \quad (2.2)$$

kde  $Z_{in}$  je vstupní impedance a  $Z_0$  je charakteristická impedance (zpravidla  $50\Omega$ ).

### 2.3 Implementace do kódu

Proměnná `osaF` je vektor frekvencí, na kterých je anténa analyzována. Pro tyto frekvence je pak spočítána vstupní impedance. Vzniklý vektor bude použit pro spočítání činitele odrazu.

```
osaF = f_min:krok:f_max;

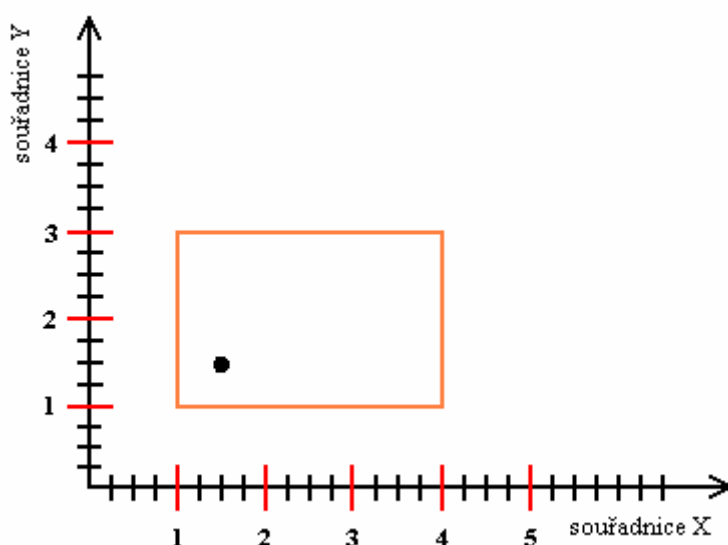
for f = osaF;
    Zin(ind)=Z(1,1)/NP;
end
n=length(Zp);
for i=1:n
    s11(i)=(Zin(i)-50)/(Zin(i)+50);
end
```

## 2.4 Porovnání výsledků s ANSOFT Designer 2V

V této kapitole budou získané výsledky dosažené metodou hraničních prvků porovnány s komerčně dostupným softwarem na následujících dvou příkladech.

### 2.4.1 Příklad na anténě jednoduchého tvaru

Nechť je dána flíčková anténa o rozměrech 20x30 cm (delší strana je rovnoběžná s osou  $x$ ), která bude analyzována na frekvencích od 100 do 350 MHz s krokem 1 MHz (v rozsahu pokrývající první vlastní kmitočet). Ve výsledcích vypočtených pomocí metody hraničních prvků byla zvolena konstanta  $k=15$ . (Pozn.: Velikost segmentu je patnáctina minimální pracovní vlnové délky.)

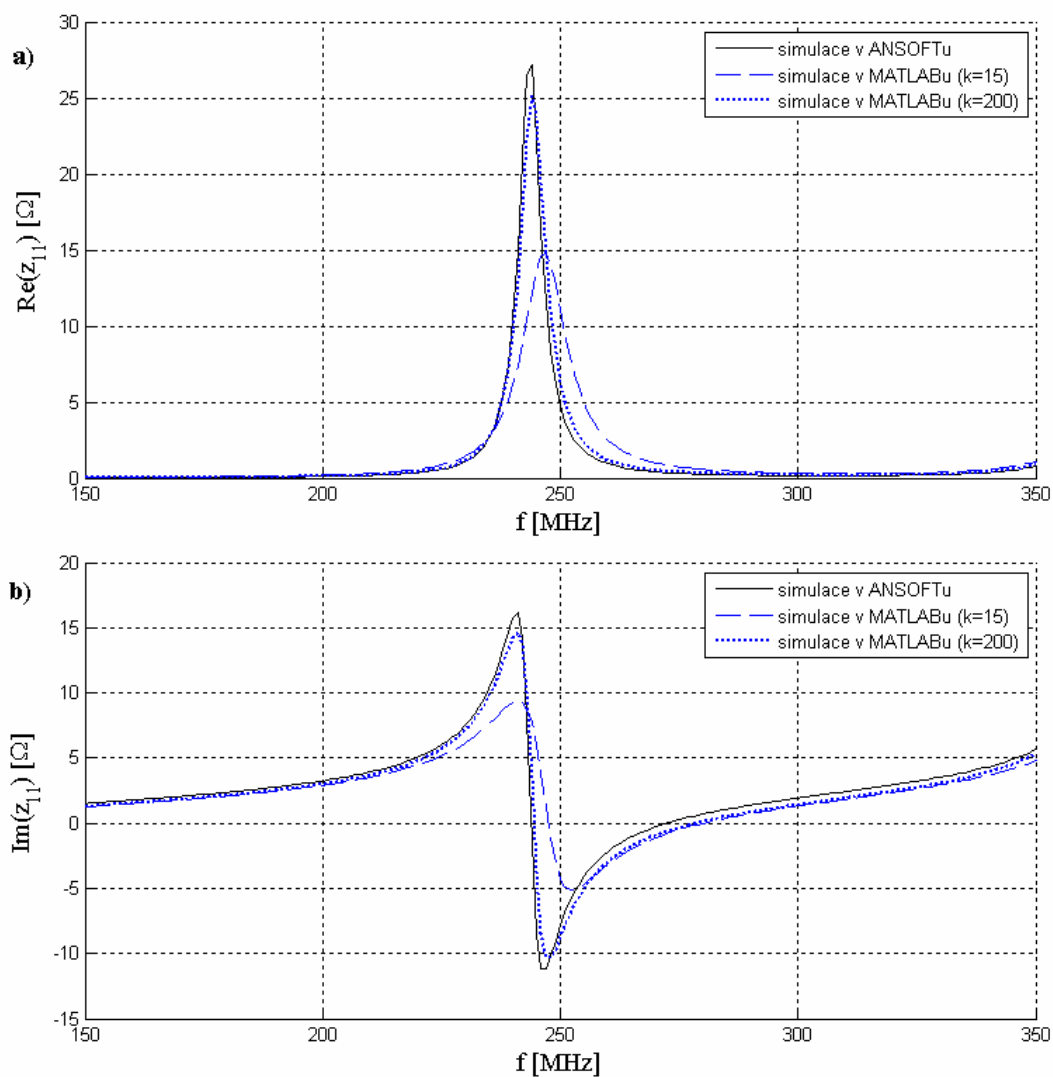


Obr. 5: Analyzovaná flíčková anténa.

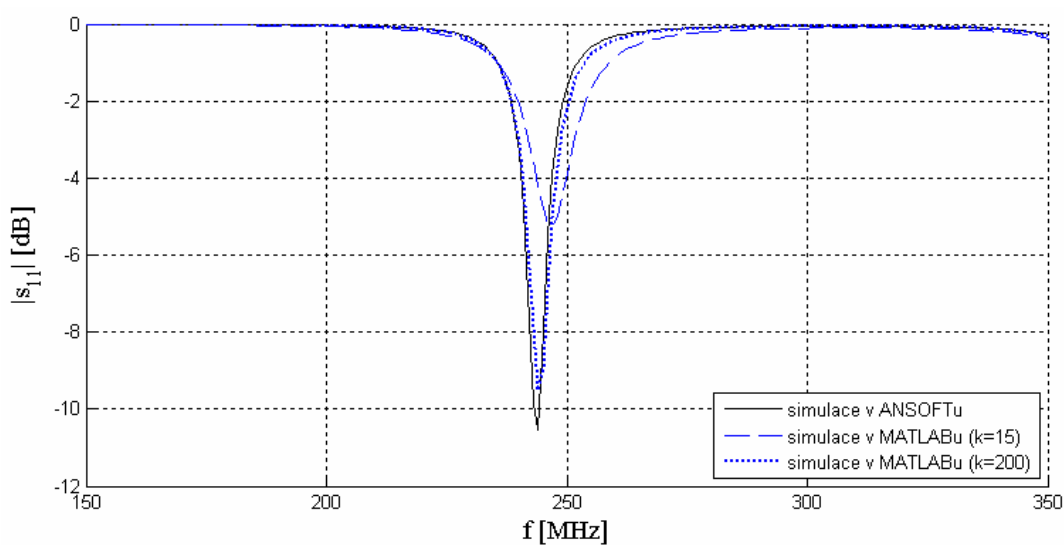
Flíček má vodivost  $5,8 \cdot 10^7$  S/m a ztrátový útlum je 0,02. Relativní permitivita dielektrika je 4,2 a šířka substrátu je 1,5 mm. Port má poloměr 1 mm a jeho střed je 5 cm od okrajů (viz. obr. 5). Metodou hraničních prvků je potřeba port diskretizovat

Výsledky dosažené touto metodou budou porovnány pomocí komerčně dostupného programu Ansoft Designer 2V. Hodnoty, vypočtené pomocí metody hraničních prvků a získané z programu Ansoft Designer, byly pomocí programu MATLAB zobrazeny do jednoho grafu. Výsledky vstupní impedance (viz. obr. 6) i parametru  $s_{11}$  (viz. obr. 7) jsou téměř stejné.

Velká podobnost výsledků je zapříčiněna zejména jednoduchostí tvaru antény. Dá se předpokládat, že při analýze složitějších tvarů budou výsledky více rozdílné. Nicméně rezonanční kmitočty by měli být přibližně stejné.



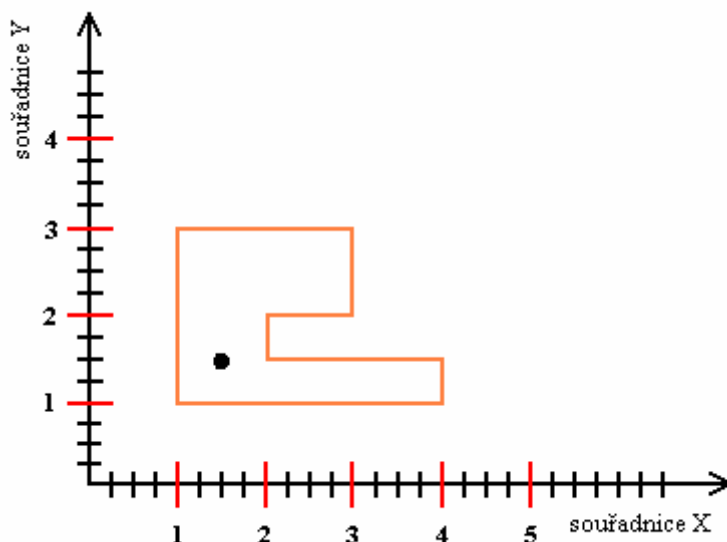
Obr. 6: Vstupní impedance antény z obr. 5. a) reálná část  $\text{Re}(z_{11})$ ; b) imaginární část  $\text{Im}(z_{11})$ .



Obr. 7: Modul činitele odrazu  $|s_{11}|$  závislý na frekvenci.

### 2.4.2 Příklad na anténě složitějšího tvaru

Nechť je dána anténa se složitějším tvarem (viz. obr. 8). Rozměry jsou srovnatelné s prvním příkladem. Frekvenční rozsah je zvolen od 200 do 400 MHz (v rozsahu pokrývající první vlastní kmitočet). Substrát je volen jako v předchozím příkladu. Anténa je buzena vertikální koaxiální sondou. Ve výsledcích vypočtených pomocí metody hraničních prvků byla zvolena konstanta  $k=30$ . (Pozn.: Velikost segmentu je třicetina minimální pracovní vlnové délky.)



Obr. 8: Analyzovaná anténa složitějšího tvaru.

Dosažené výsledky budou opět porovnány s programem Ansoft Designer a pomocí MATLABu zobrazeny do jednoho grafu. Výsledky vstupní impedance (viz. obr. 9) i parametru  $s_{11}$  (viz. obr. 10) jsou i při složitějším tvaru flíčku velmi podobné.

Program, který počítá výsledky pomocí metody hraničních prvků, má možnost spočítat také  $\det(U)$ , pomocí kterého lze získat představu o vlastních frekvencích nebuzené antény. Výsledky pro první i druhý příklad jsou vyneseny do závislosti na frekvenci (viz. obr. 11, resp. obr. 12)

### 2.4.3 Časová náročnost výpočtů

Program Ansoft Designer pro výpočet používá momentovou metodu. Snahou bylo porovnat také časovou náročnost výpočtu. Aby bylo možné tyto metody porovnat, musí se stanovit kritérium, pro které budou moci metody být porovnatelné. Velikost nejdelší části mřížky, popisující flíček v Ansoft Designeru, musí být srovnatelná s délkou segmentu u metody hraničních prvků.

Pro druhý příklad byla konstanta  $k$  zvolena 30. Délka segmentu je tedy třicetina minimální vlnové délky. To odpovídá délce segmentu 2,5 cm. Nejdelší část sítě momentové metody by tedy měla být také 2,5 cm. Aby výše zmíněné kritérium alespoň přibližně platilo, je potřeba nastavit v programu Ansoft Designer *Fixed Mesh* na 0,5 GHz. Stejným způsobem je nastavena i síť momentové metody pro první příklad.

Pro oba příklady pak byl změřen čas výpočtu na stanici s níže uvedenými parametry. Naměřené výsledky jsou zobrazeny v Tab. 1 a Tab. 2.

#### Popis stanice:

AMD Athlon™ 64 X2 Dual

Core Processor 4000+

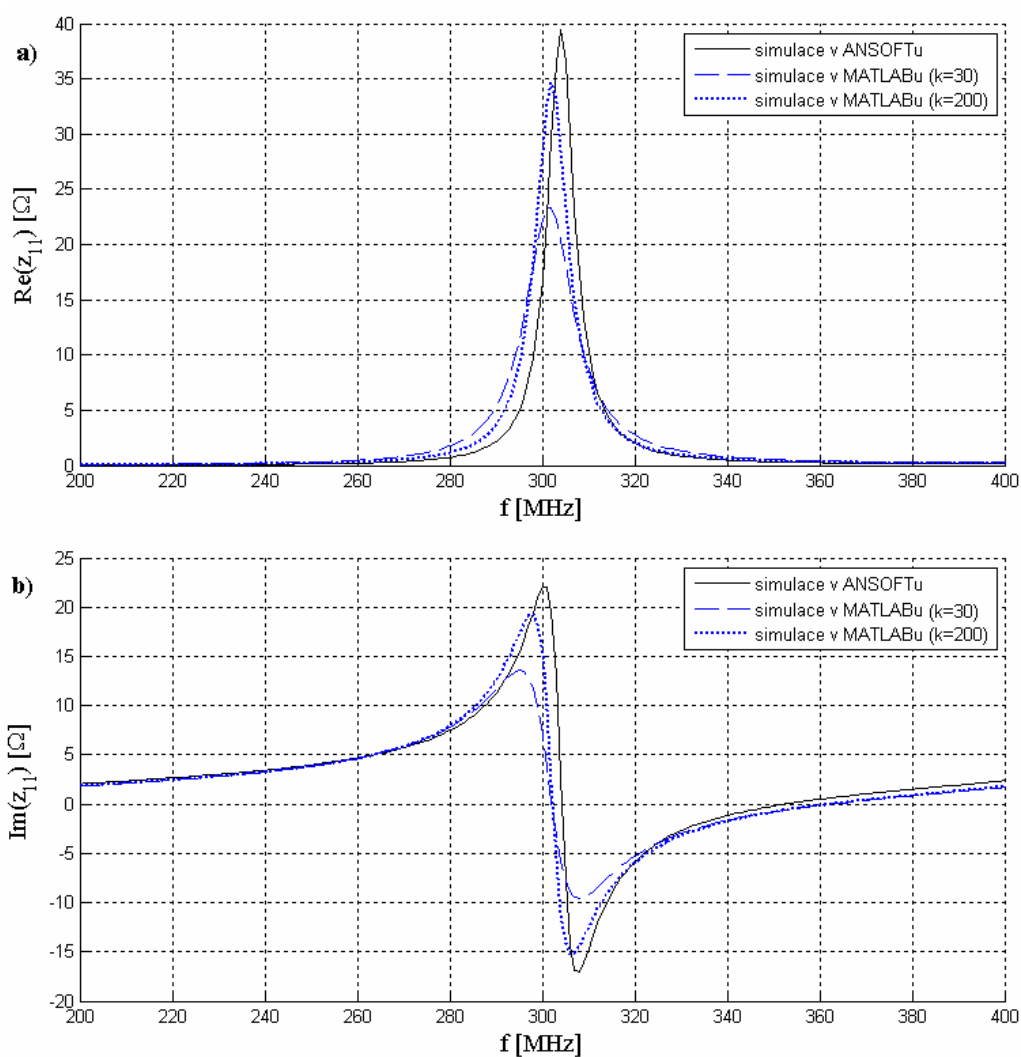
2,11 GHz; 2,00GB RAM

Tab. 1: Ilustrativní porovnání výpočetní náročnosti pro 1. příklad

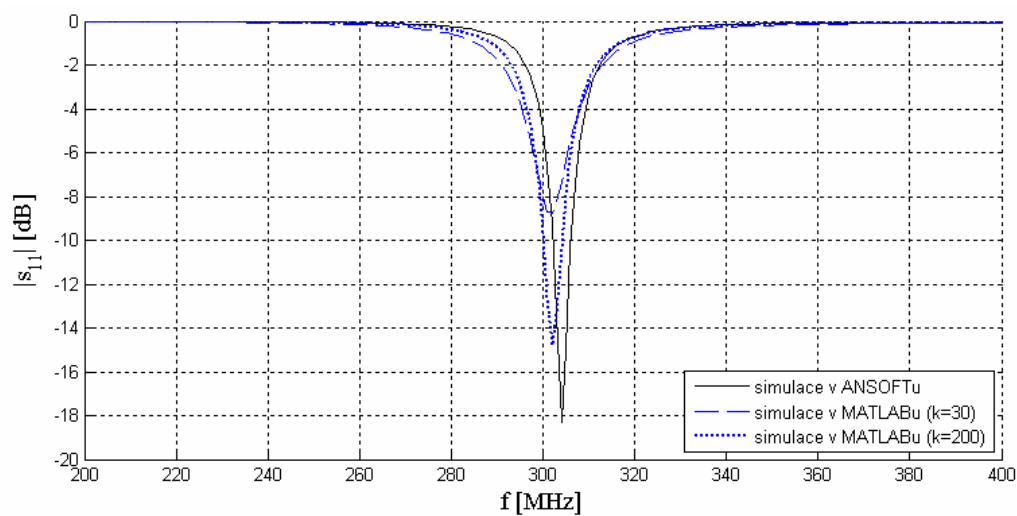
Příklad 1			
Program	metoda	nastavení diskretizace	Čas [h:mm:ss]
Ansoft	momentová	Fixed Mesh 0,25GHz	0:24:23
Matlab	hraničních prvků	$k = 15$	0:02:24
Matlab	hraničních prvků	$k = 200$	0:56:25

Tab. 2: Ilustrativní porovnání výpočetní náročnosti pro 2. příklad

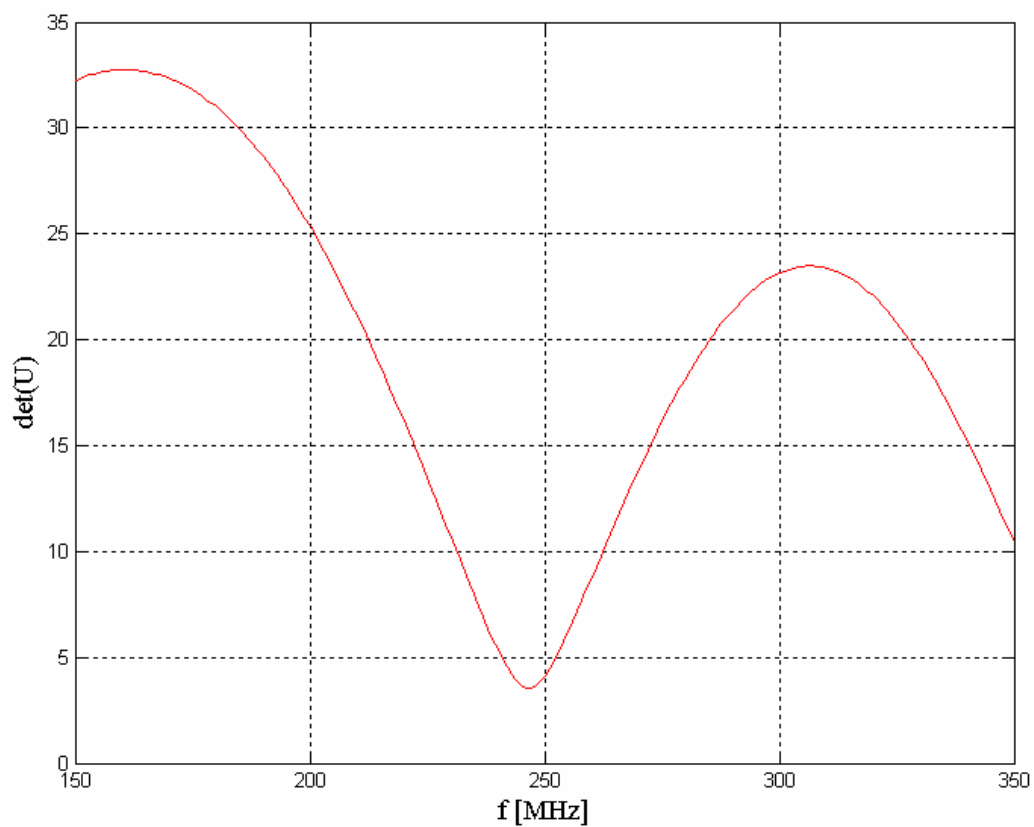
Příklad 2			
Program	metoda	nastavení diskretizace	Čas [h:mm:ss]
Ansoft	momentová	Fixed Mesh 0,5 GHz	0:45:16
Matlab	hraničních prvků	$k = 30$	0:06:18
Matlab	hraničních prvků	$k = 200$	1:33:43



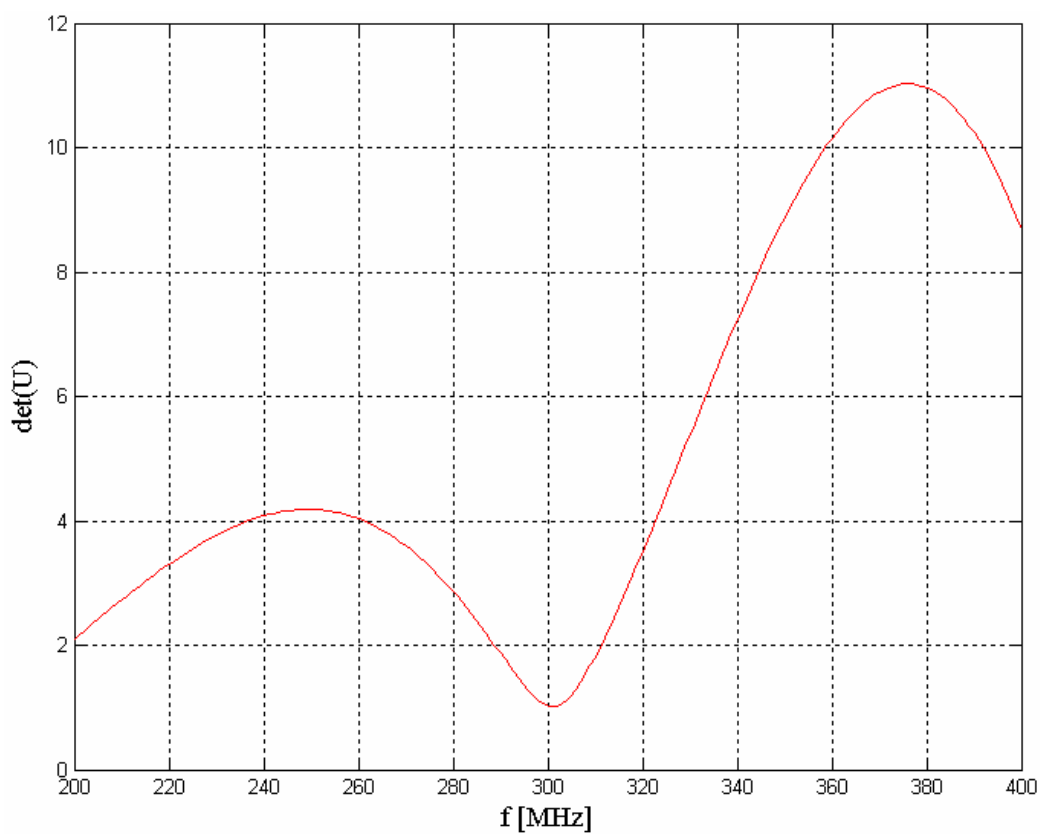
Obr. 9: Vstupní impedance antény z obr. 8. a) reálná část  $\text{Re}(z_{11})$ ; b) imaginární část  $\text{Im}(z_{11})$ .



Obr. 10: Modul činitele odrazu  $|s_{11}|$  závislý na frekvenci.



Obr. 11: Ukázka závislosti  $\det(U)$  na frekvenci pro první příklad.



Obr. 12: Ukázka závislosti  $\det(U)$  na frekvenci pro druhý příklad.



## 3 ROZLOŽENÍ NAPĚTÍ NA OKRAJI

### 3.1 Teoretický popis

Další důležitou znalostí je znalost rozložení napětí na obvodu antény. Díky znalosti rozložení napětí na obvodu antény může být určena její vyzařovací (nebo také směrová) charakteristika.

### 3.2 Numerické řešení

Máme-li impedanční matici o rozměrech  $(M+1 \times M+1)$  a zadáme-li budící proud v podobě vektoru o rozměru  $(M+1 \times 1)$ , kdy první prvek reprezentuje velikost budícího proudu, a ostatní jsou nulové, získáme vektor napětí o velikosti  $(M+1 \times 1)$ .

$$\begin{bmatrix} V_1 \\ V_2 \\ \vdots \\ V_{M+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Z_{1,1}/NP & Z_{1,2}/NP & \cdots & Z_{1,M+1}/NP \\ Z_{2,1}/NP & Z_{2,2}/NP & \cdots & Z_{2,M+1}/NP \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ Z_{M+1,1}/NP & Z_{M+1,2}/NP & \cdots & Z_{M+1,M+1}/NP \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} I_{vst} \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (3.1)$$

První prvek vektoru reprezentuje napětí na vstupu a tak výsledný vektor reprezentující rozložení napětí na obvodu antény bude bez prvního řádku o velikosti  $(M \times 1)$

### 3.3 Implementace do kódu

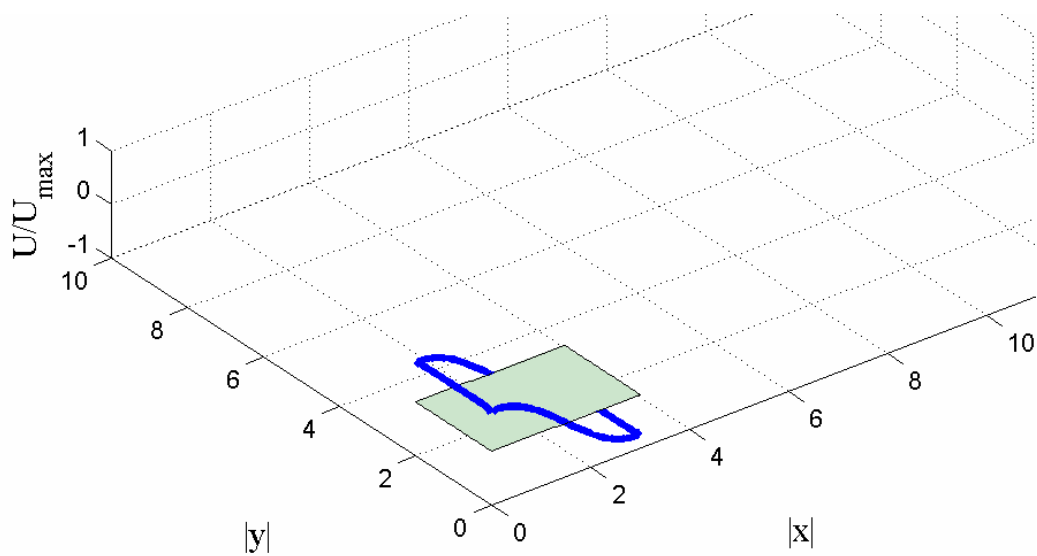
Následující kód je velmi zjednodušený. Vektor  $I$  má velikost  $(M+1 \times 1)$  a prvek na prvním řádku má hodnotu budícího proudu.

```
I=zeros(M-NP+1,1);  
I(1,1)=1*10^-3;
```

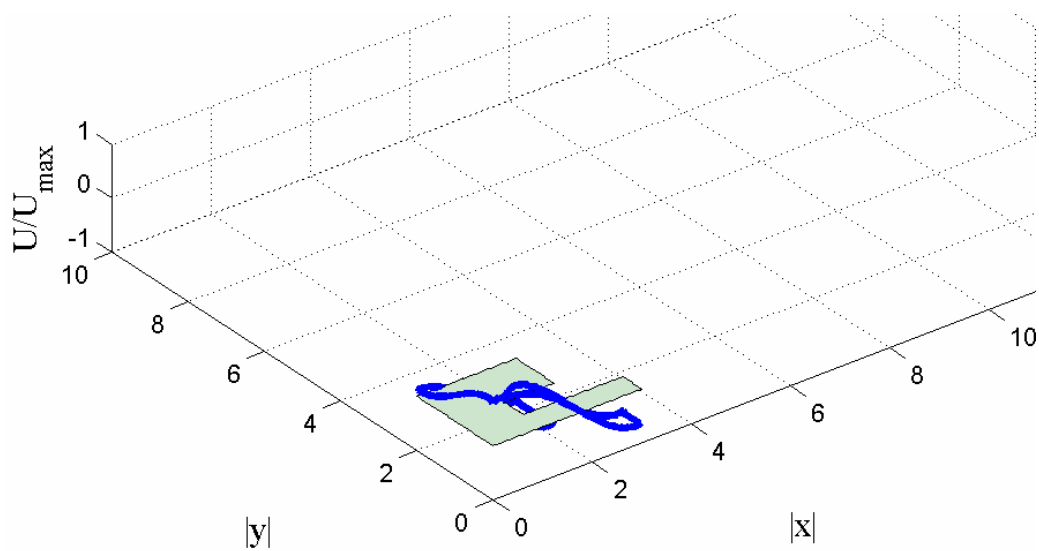
Následující cyklus znázorňuje plnění matice `roz_U`. Každý sloupec znázorňuje rozložení napětí na určité frekvenci a index řádku reprezentuje index vzorku na okraji obvodu.

```
osaF = f_min:krok:f_max;  
for f = osaF;  
    [Ur,Hr]=matice_U_H(f);  
    Z=Ur\Hr;  
    roz_U(:,ind)=(Z/NP)*I;  
end
```

Dále je možno rozložení napětí na obvodu vykreslit. Ukázky rozložení napětí na obvodu z předchozích dvou příkladů (viz. obr. 13 a obr. 14) jsou pro jejich první rezonanční kmitočet.



Obr. 13: Rozložení napětí na okraji antény z obr. 5 na první rezonanci.

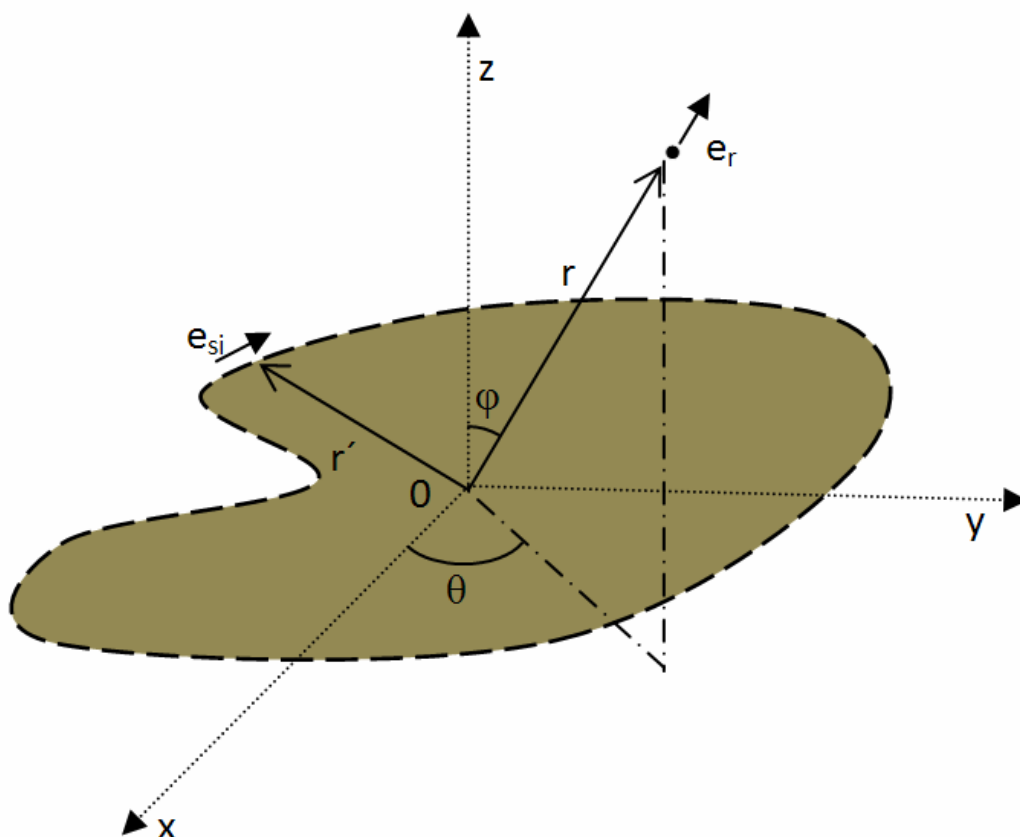


Obr. 14: Rozložení napětí na okraji antény z obr. 8 na první rezonanci.

## 4 SMĚROVÁ CHARAKTERISTIKA

### 4.1 Teoretický popis

Další část práce je zaměřena na výpočet a zobrazení směrové charakteristiky. Směrová charakteristika znázorňuje, kterým směrem a jaké relativní velikosti elektrické intenzity pole anténa vyzařuje.



Obr. 15: Ilustrační obrázek zobrazující parametry pro určení vzdáleného pole.

Celá anténa bude nahrazena bodem vyzařování. Tento bod bude reprezentovat fázový střed antény. Bude počítáno vzdálené pole, které lze zapsat [2]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) = \frac{jk_0 d}{4\pi} \frac{e^{-jk_0 r}}{r} \int_C M_s(\mathbf{r}') e^{jk_0 \mathbf{r}' \cdot \mathbf{e}_r} (\mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_s) ds, \quad (4.1)$$

kde  $r$  je vzdálenost bodu pozorování od fázového středu a  $\mathbf{r}'$  polohový vektor směřující od fázového středu antény k dílčímu vzorku na obvodu antény (viz. obr. 15). Dále pak  $\mathbf{e}_s$  je jednotkový vektor směrnice segmentu,  $\mathbf{e}_r$  je jednotkový vektor směrnice  $r$ . Dále pak  $k_0$  je dáno vztahem

$$k_0 = \frac{c}{2\pi f} \quad (4.2)$$

Pokud je velikost  $d$  dostatečně malá, tak jako se s tím v této práci počítá, může být napsán následující vztah [2]

$$V = M_s d = E_z d \quad (4.3)$$

kde  $M_s$  je plošná hustota magnetického proudu.

Pomocí vztahu (4.1) se spočítá intenzita elektrického pole na povrchu koule o poloměru  $r$ . Povrch této koule leží ve vzdálené oblasti a obklopuje analyzovanou anténu. Znornuje-li se vypočtená intenzita elektrického pole k maximální hodnotě, vyjde požadovaná směrová charakteristika.

## 4.2 Numerické řešení

Velikost intenzity elektrického vzdálené pole bude počítána na kouli o poloměru  $r$ . Kde koule bude popsána parametrickými rovnicemi

$$x = x_0 + r \sin \theta \cos \varphi, \quad (4.4)$$

$$y = y_0 + r \sin \theta \sin \varphi, \quad (4.5)$$

$$z = z_0 + r \cos \theta. \quad (4.6)$$

kde  $x_0$ ,  $y_0$  a  $z_0$  jsou souřadnice fázového středu antény,  $r$  je poloměr koule zvolen tak, že splňuje Fraunhoferovu podmínku a obklopuje anténu (v této práci je  $r$  považováno 10m), úhel  $\theta$  svírá osa  $z$  se směrnici  $\mathbf{e}_r$  a úhel  $\varphi$  svírá osa  $x$  s vektorem  $\mathbf{r}'$ .

Pro libovolný tvar obvodu antény platí ve vzdálené oblasti následující vztah [2]

$$\mathbf{E}(\mathbf{r}) \approx \frac{jk_0 e^{-jk_0 r}}{4\pi r} \sum_{i=1}^M V(\mathbf{r}'_i) e^{jk_0 \mathbf{r}'_i \cdot \mathbf{e}_r} (\mathbf{e}_r \times \mathbf{e}_{si}) W_i \quad (4.7)$$

kde  $W_i$  je šířka  $i$ -tého segmentu a  $V(\mathbf{r}'_i)$  značí napětí na  $i$ -tým vzorku na okraji antény. Toto napětí je spočítáno pomocí vztahu (3.1).

### 4.3 Implementace do kódu

Kód postupně mění hodnoty úhlů  $\theta$  a  $\varphi$  a počítá potřebné proměnné k výpočtu intenzity elektrického pole ve vzdáleném poli. Vzdálenost je  $r=10$  m. Jakmile je zjištěna intenzita elektrického pole ve vzdálenosti 10 m, jsou jednotlivé dílčí výsledky normovány maximální hodnotou.

```
for n=1:1:M+1
    for m=1:1:M+1
        x = x0+r*sin(theta(1,n))*cos(fi(1,m));
        y = y0+r*sin(theta(1,n))*sin(fi(1,m));
        z = z0+r*cos(theta(1,n));
        E = [x y z];
        er = (E-S)/sqrt(dot((E-S),(E-S)));
        for i=1:N
            W_ = [(X(i+1)-X(i)), (Y(i+1)-Y(i)), 0];
            es = W_/ (sqrt(dot(W_,W_)));
            r_ = [SX(i) SY(i) 0] - [x0 y0 z0];
            W = sqrt((X(i+1)-X(i))^2+(Y(i+1)-X(i))^2);
            SUMA(i,:) = roz_U(i,ind)*exp(j*k0*r_*er')*cross(er,es)*W;
        end
        SUMA = sum(SUMA);
        Er_ = ((j*k0*exp(-j*k0*r))/(4*pi*r)) * SUMA;
        Er(n,m) = sqrt(dot(Er_,Er_));
    end
end

Er = Er/max(max(Er));
```

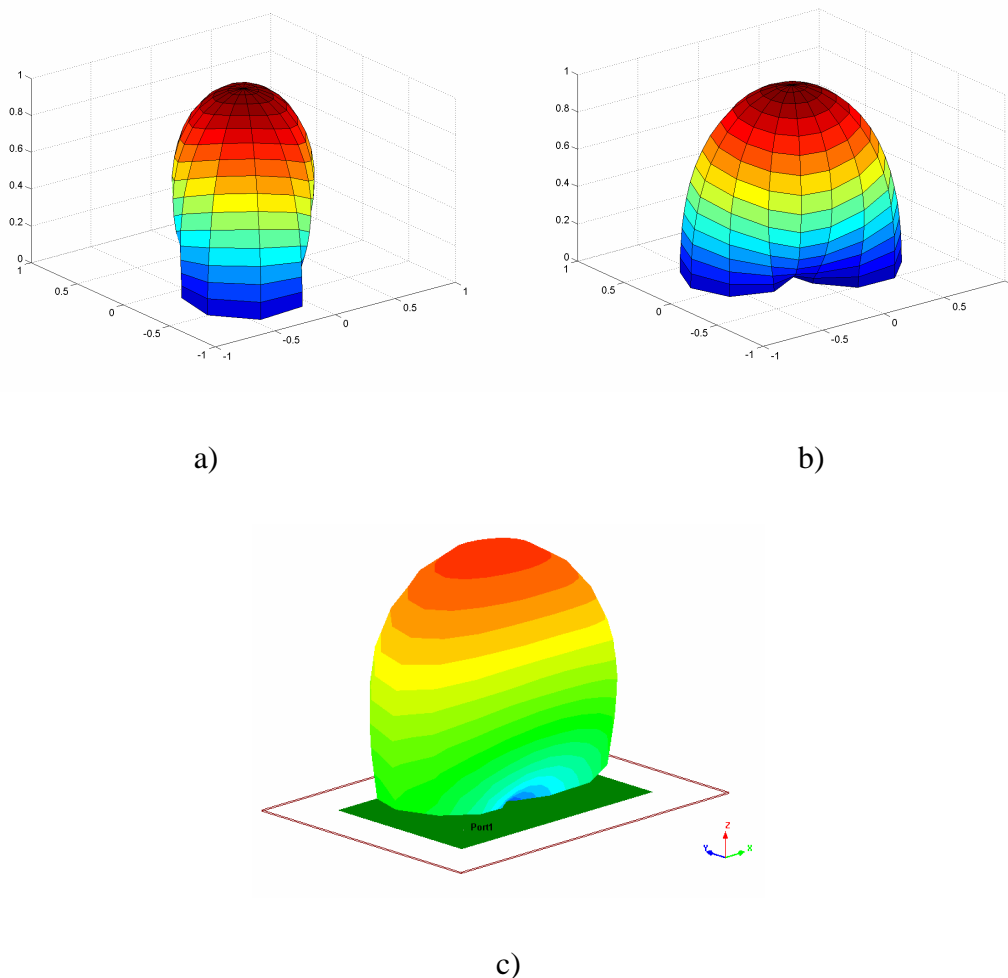
Je-li známá matice mající hodnoty normovaného elektrického pole, jsou tyto hodnoty zaměněny za poloměr v parametrických rovnicích koule. Tím bude získaná směrová charakteristika.

```
for a=1:M+1
    for b=1:M+1
        x(a,b) = Er(a,b)*sin(theta(1,a))*cos(fi(1,b));
        y(a,b) = Er(a,b)*sin(theta(1,a))*sin(fi(1,b));
        z(a,b) = Er(a,b)*cos(theta(1,a));
    end
end
figure(20)
surf(x,y,z)
```

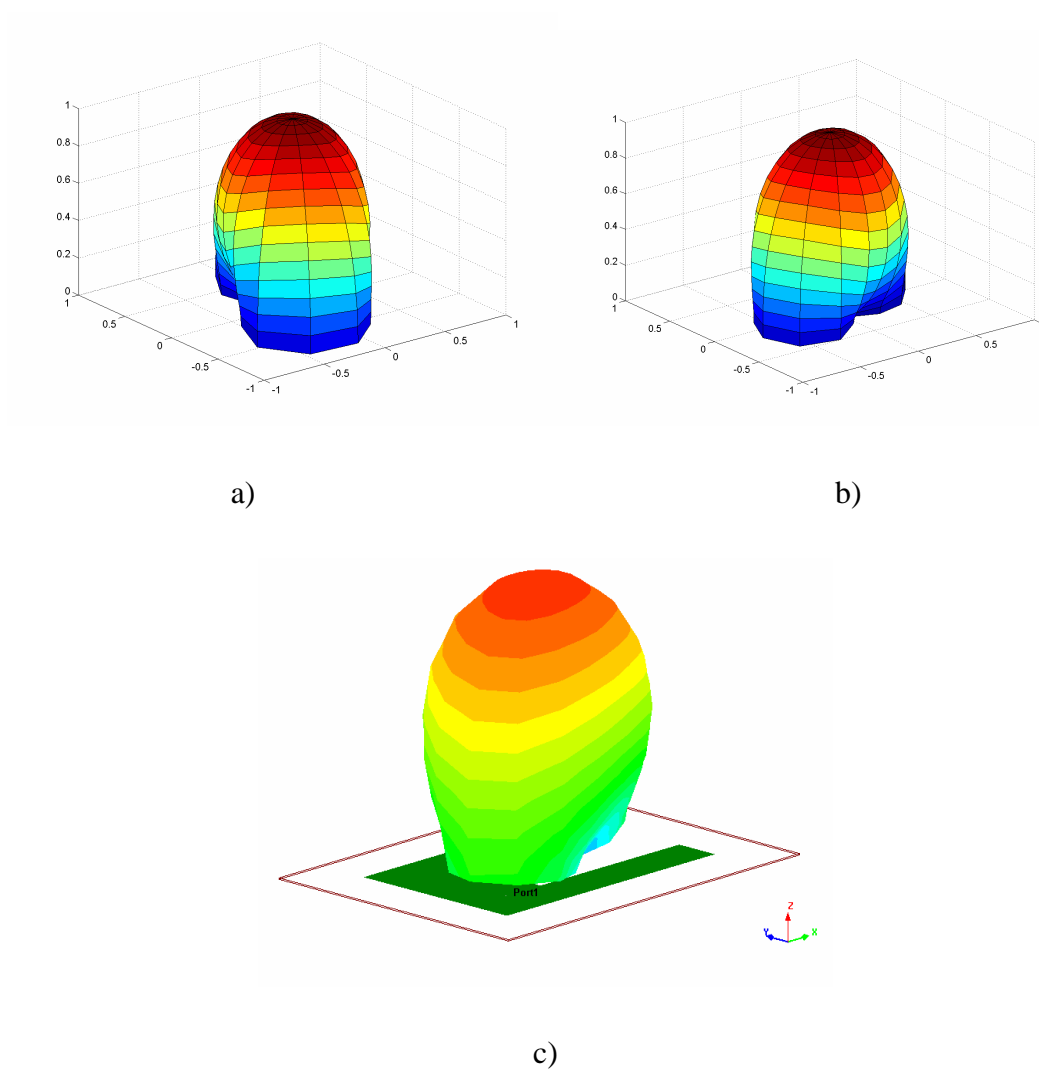
## 4.4 Porovnání výsledků s ANSOFT Designer 2V

Zadáním jsou stále příklady z kapitoly 2.4. Výsledky z programu Ansoft Designer jsou mírně odlišné od výsledků získaných metodou hraničních prvků. Velkou měrou tyto výsledky ovlivňuje počet vzorků, který má výrazný vliv na přesnost přibližného vztahu (4.7). Tento fakt ilustrují následující obrázky.

Získané výsledky metodou hraničních prvků i momentovou metodou v Ansoft Designeru lze vidět na následujících obrázcích. Pro příklad s jednoduchým tvarem flíčkové antény (viz. Obr. 16) a pro příklad se složitějším tvarem (viz. Obr. 17)



Obr. 16: Směrová charakteristika pro první příklad na prvním rezonančním kmitočtu.  
a) metodou hraničních prvků  $k=15$  v programu MATLAB;  
b) metodou hraničních prvků  $k=200$  v programu MATLAB;  
c) vpravo momentovou metodou v programu Ansoft Designer 2V.



Obr. 17: Směrová charakteristika pro druhý příklad na prvním rezonančním kmitočtu.  
a) metodou hraničních prvků  $k=30$  v programu MATLAB;  
b) metodou hraničních prvků  $k=200$  v programu MATLAB;  
c) vpravo momentovou metodou v programu Ansoft Designer 2V.

## 5 PROSTŘEDÍ VYTVOŘENÉHO PROGRAMU

V této kapitole bude stručně vysvětleno jak s programem pracovat. Program se spouští pomocí MATLABu a to konkrétně spuštěním M-file s názvem *analiza\_anten.m*. Vypíná se pomocí klávesové zkratky Ctrl+Q nebo v *menu – Soubor – Konec*. Zavře-li se program jinak, zůstanou v MATLABu otevřená skrytá okna patřící k programu.

Nakreslené struktury (pouze obvod antény bez portu) lze uložit a poté jednoduše otevřít. Port se musí vždy zadat. Je to zejména kvůli tomu, že s portem nelze libovolně manévrovat. Udělal-li uživatel chybu při zadávání bodů určující okraj antény (nebo portu), je třeba celý dosud nakreslený obvod smazat a nakreslit znovu. K tomu slouží klávesová zkratka Ctrl+N nebo *menu – Soubor – Novy*.

### 5.1 Zadávání parametrů

#### 5.1.1 Kreslení antény a portu

Nejdříve je potřeba nakreslit okraj antény. K aktivaci souřadnicového pole, a tedy povolení kreslení obvodu, slouží zatržítka *Zapnute kreslení*. Pak je třeba vybrat, co se bude kreslit. Kreslení PATCHe bude spojovat přímkou zadávané souřadnice. Aby byl obvod uzavřen je potřeba se vrátit na prvně zadaný bod. Pak lze obvod uložit pomocí klávesové zkratky Ctrl+U nebo *menu – Soubor – Uložit*. Další možností kreslení je možnost zakreslení portu. Je potřeba vybrat kreslení PORTu. Pro přesné zakreslení bodu slouží ukazatelé souřadnic. Program analyzuje pouze antény, tzn., port může být pouze jeden. Na pořadí kreslení nezáleží.

Další možností je otevřít, pomocí klávesové zkratky Ctrl+O nebo *menu – Soubor – Otevřít*, předem uložený obvod a pak už pouze zadat souřadnice portu.

Je-li obvod zakreslen, je potřeba deaktivovat souřadnicové pole. V opačném případě by program nepracoval správně.

#### 5.1.2 Nastavení frekvenčního rozsahu

Nyní je třeba nastavit kmitočtový rozsah. Tyto parametry se zadávají v *menu – Nastavení – Kmitočtové meze*. Otevře se okno, kde lze měnit tyto parametry: Minimální pracovní kmitočet, maximální pracovní kmitočet, krok a konstantu. Díky této konstantě definujeme délku segmentu (kolikátina délky minimální vlnové délky).

Okno se zavírá tlačítkem *nastavit*. V opačném případě se okno vypne a už nelze vyvolat pro eventuelní změnu. Tlačítkem *nastavit* se okno skryje a nastaví zadané parametry.

#### 5.1.3 Nastavení parametrů dielektrika

Po nastavení kmitočtového rozsahu se aktivuje další možnost nastavení. To jsou parametry v *menu – Nastavení – Parametry dielektrika*. Zde je možnost nastavit vodivost flíčku, ztrátový úhel s relativní permitivitou dielektrika a výšku dielektrika (substrátu).

Opět je potřeba zavírat okno tlačítkem *nastavit* pro správný chod programu.



### 5.1.4 Parametry portu

Poslední možností nastavení je nastavení portu. Zde se dají měnit pouze dva parametry. Kolik segmentů bude na okraji portu a jaký bude mít tento port poloměr. Zavření okna pomocí tlačítka *Nastavit*.

## 5.2 Spouštění analýzy

Není nezbytně nutné prvně zakreslit obvod a poté zadat parametry. Důležité je, aby obojí bylo nastaveno před samotnými výpočty. Je možné provést pouze diskretizaci obvodu. Ta slouží pro popis antény. Diskretizace se spustí buď klávesovou zkratkou Ctrl+1 nebo v *menu – Vypočty – Diskretizace*.

Samotná analýza se spouští klávesovou zkratkou Ctrl+2 nebo v *menu – Vypočty – Analyza*. Analýza má dva kroky. V prvním kroku spočítá impedanční matici a v druhém kroku pak spočítá intenzitu vzdáleného pole. V průběhu analýzy je dobré s programem nemanipulovat.

Analýza končí v okamžiku, kdy je v informačním okně vypsána vyzařovací charakteristika pro uživatelem nastavený maximální kmitočet. Navíc jsou v *menu – Grafy* aktivovány možnosti zobrazení dílčích výsledků. Možnost vykreslení obvodu je aktivována v okamžiku dokončení diskretizace.

## 5.3 Zobrazení výsledků

Po provedení analýzy lze zobrazit dosažené výsledky. V *menu – Grafy* pak můžeme nalézt následující možnosti.

### 5.3.1 Obvod

Zde si uživatel může udělat představu o popisu antény. Diskretizovaná anténa je zde zobrazena i se zemnicí deskou, která je pouze pod vodivou deskou, tak jak říká počáteční podmínka metody.

### 5.3.2 Impedance

Další možnost je zobrazit vstupní impedanci. Ta se pro „anténáře“ vykresluje v jednom grafu reálná i imaginární část vstupní impedance. Chce-li uživatel výsledek v decibelové míře, má možnost zatržítkem změnit tuto volbu.

Další možnost v tomto okně je uložit získaná data do souboru \*.txt. Takto uložené data se pak dají dále zpracovávat například v Excelu.

### 5.3.3 Det(U)

Tímto se zobrazí determinant U závislý na frekvenci. Jak již bylo řečeno, je-li tento determinant nulový, je nalezen rezonanční kmitočet.

### **5.3.4 Parametr $s_{11}$**

Při otevření tohoto menu se vykreslí parametr  $s_{11}$ , nebo také činitel odrazu. Jeho výsledkem je závislost činitele odrazu na kmitočtu, která v rezonančních kmitočtech vykreslí špičku do záporných hodnot.

Je zde stejná možnost uložení hodnot do souboru \*.txt jako u vstupní impedance.

### **5.3.5 Rozložení napětí**

Při otevření tohoto menu bude spuštěna animace rozložení napětí na obvodu. Toto rozložení se bude měnit v závislosti na frekvenci. Uživatel získá představu o tomto rozložení.

### **5.3.6 Směrová charakteristika**

Při otevření tohoto menu se spustí animace, která bude vykreslovat směrovou (vyzařovací) charakteristiku. Jedná se o 3D směrovou charakteristiku.

## 6 ZÁVĚR

V této práci bylo odvozeno obecné řešení metody hraničních prvků, a to popsáno pro analýzu mikropáskových antén. Tedy pro mikropáskový obvod buzen jedním portem, a to vertikální koaxiální sondou. Aplikace metody lze nalézt [5] a [4].

Těžištěm práce je výpočet impedanční matice, z níž lze získat vstupní impedanci, popř. činitel odrazu analyzované mikropáskové antény. Z vypočtené impedanční matice a ze znalosti parametrů buzení dále získáme rozložení napětí podél obvodu antény, které využíváme pro výpočet vyzářeného elektromagnetického pole ve vzdálené oblasti. Ta byla získána maticovými elementy  $u_{ij}$  a  $h_{ij}$ . Výskyt tzv. Hankelových funkcí vedl k použití programovacího prostředí MATLAB, kde jsou tyto funkce předprogramovány.

Finálním výsledkem práce je program vytvořený v programovacím prostředí MATLAB. Tento program provede analýzu mikropáskové antény (libovolného tvaru) pomocí metody hraničních prvků. Zobrazuje vstupní impedanci, parametr  $s_{11}$  (činitel odrazu), graf určující rezonanční kmitočty, rozložení napětí na obvodu antény a na závěr také směrovou charakteristiku.

Výsledky byly porovnány s komerčně dostupným softwarem Ansoft Designer 2V. Vstupní impedance společně s parametrem  $s_{11}$  měla srovnatelné výsledky. Další kontrolou byla směrová charakteristika. Ta ve vytvořeném programu vykazovala téměř shodu s výsledky v programu Ansoft Designer 2V. Při srovnání časové náročnosti bylo zjištěno, že námi implementovaná metoda konečných prvků může být výpočetně efektivnější než výše uvedený komerční software.

Práci by šlo ještě rozšířit především o modelování antén, které jsou buzeny mikropáskovým vedením či zobecnit metodu na vícevrstvé komplikovanější struktury. Dále je zde prostor v „tuningu“ programu. Jednalo by se o nápovědu pro uživatele a srozumitelnější komunikaci programu s uživatelem. Co se funkčnosti týče, zde je prostor pro vykreslení 2D řezů směrových charakteristik. Přidáním dalších portů by se práce rozšířila z analýzy mikropáskové antény na analýzu mikropáskových obvodů (např. filtrů).

# LITERATURA

- [1] OKOSHI, T. *Planar circuits for microwaves and lightwaves*. Springer-Verlag, 1984.
- [2] GUPTA, K. C., HALL, P. S. *Analysis and design of integrated circuit-antenna modules*. John Wiley & Sons, 2000.
- [3] ITOH, T., *Numerical techniques for microwave and millimeter-wave passive structures*. John Wiley & Sons, 1989.
- [4] ŠTUMPF, M., LEONE, M. Efficient 2-D integral equation approach for the analysis of power-bus structures with arbitrary shape. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. 2009, vol. 51, no. 1, p. 38-45.
- [5] WEI, X., LI, E., LIU, E., CUI, X. Efficient modeling of re-routed return currents in multilayered power-ground planes by using integral equation. *IEEE Transactions on Electromagnetic Compatibility*. 2008, vol. 50, no. 3, p. 740-743.
- [6] TAI, C. T. *Dyadic Green functions in electromagnetic theory*. 2nd Ed. Piscataway: IEEE Press, 1994.
- [7] CHEW, W. C. *Waves and fields in inhomogeneous media*. Piscataway: IEEE Press, 1995.

# SEZNAM SYMBOLŮ, VELIČIN A ZKRATEK

$C$		hranice obvodu
$c$	$[\text{m}\cdot\text{s}^{-1}]$	rychlost světla 299 792 458 m/s
$D$	$[\text{m}^2]$	plocha obvodu
$d$	$[\text{m}]$	výška substrátu
$E_z$	$[\text{V}\cdot\text{m}^{-1}]$	elektrická intenzita ve směru $z$
$H()$		Hankelova funkce
$H_x$	$[\text{A}\cdot\text{m}^{-1}]$	magnetická intenzita ve směru $x$
$H_y$	$[\text{A}\cdot\text{m}^{-1}]$	magnetická intenzita ve směru $y$
$h_{ij}$	$[\Omega]$	maticový element proudu
$I_j$	$[\text{A}]$	proud tekoucí do $j$ -tého portu
$i_n$	$[\text{A}\cdot\text{m}^{-1}]$	proudová hustota vně okraje obvodu
$k$	$[\text{m}^{-1}]$	vlnové číslo
$N$	$[-]$	počet segmentů
$n$	$[-]$	jednotková normála na daném vzorku
$r_{ij}$	$[\text{m}]$	vzdálenost mezi body na hranici obvodu
$r$	$[\text{m}]$	Vzdálenost bodu pozorování od fázového středu antény
$s_{11}$	$[\text{dB}]$	činitel odrazu
$u_{ij}$	$[-]$	maticový element napětí
$V$	$[\text{V}]$	napětí
$W$	$[\text{m}]$	šířka segmentu
$X$	$[\text{m}]$	souřadnice $x$
$Y$	$[\text{m}]$	souřadnice $y$
$Z_0$	$[\Omega]$	charakteristická impedance
$\rho$	$[\text{m}]$	hloubka vniku
$\mu$	$[\text{H}\cdot\text{m}^{-1}]$	Permeabilita
$\varepsilon$	$[\text{F}\cdot\text{m}^{-1}]$	Permitivita
$\lambda$	$[\text{m}]$	délka vlny
$\tan(\delta)$	$[\text{rad}]$	ztrátový útlum
$\gamma$	$[-]$	Eulerovo číslo 0,577...
$\sigma$	$[\text{S}/\text{m}]$	vodivost flíčku
$\omega$	$[\text{rad}/\text{s}^{-1}]$	úhlový kmitočet

$\Theta_{ij}$	[°]	úhel svírající normála j-tého vzorku s protaženou spojnicí i-tého a j-tého vzorku
$\Theta_j$	[°]	úhel svírající tečna se souřadnicovou osou x
$\Theta$	[°]	úhel svírající osa z se směrnici $\mathbf{e}_r$
$\varphi$	[°]	úhel svírající osa x s průmětem $r$ na rovinu xy
$\mathbf{Z}$	[Ω]	impedanční matice
$\mathbf{U}$	[V]	vektor neznámých napětí podél $C$
$\mathbf{I}$	[A]	vektor budících proudů
$\mathbf{r}'$	[m]	polohový vektor směřující od fázového středu antény k dílčímu vzorku
$\mathbf{e}_s$	[-]	jednotkový vektor směrnice segmentu
$\mathbf{e}_r$	[-]	jednotkový vektor směrnice $r$
$M_S$	[V·m <sup>-1</sup> ]	plošná hustota magnetického proudu
vf		vysoko-frekvenční